

Kockázatalapú többváltozós szabályozó kártya kidolgozása a mérési bizonytalanság figyelembe vételével

© KOSZTYÁN Zsolt Tibor, © KATONA Attila Imre
Pannon Egyetem, Kvantitatív Módszerek Intézeti Tanszék
kzst@gtk.uni-pannon.hu, katona-a@gmail.com

A statisztikai folyamatszabályozás (SPC) széles körben alkalmazott módszer a minőségiszabályozás területén, melynek eszközei a szabályozó kártyák. Segítségükkel megállapíthatjuk, hogy az általunk szabályozni kívánt folyamatban fellépő ingadozások szisztematikusak-e vagy pedig a véletlenek tulajdoníthatók. E szabályozó kártyák alkalmazásakor a mérés pontossága nagy jelentőséggel bír, hiszen a mérések bizonytalansága nagymértékben megnövelheti az első-, illetve másodfajú hiba elkövetésének valószínűségét, ami az alkalmazó vállalat számára pénzügyi kockázatot jelent. A gyakorlatban alkalmazott kártyák megbízhatóság alapon működnek, nem számolnak a mérések bizonytalanságával.

Korábbi munkáinkban már foglalkoztunk egyváltozós kockázatalapú szabályozó kártyák tervezésével és folyamatra illesztésével, melyek alkalmazásával növelni tudtuk a mintavétel során számított fedezeti értéket. Az iparban azonban gyakorta találkozhatunk olyan jelenséggel, mikor egy termék megfelelőségét együttesen több minőségjellemző határozza meg. Ez esetben célszerűbb a többváltozós szabályozó kártya (T^2 , MCUSUM, MEWMA) alkalmazása, mert segítségével csökkenthető az elsőfajú hiba elkövetésének valószínűsége.

Legújabb tudomásunk szerint többváltozós ellenőrző kártyák esetén a szakirodalom még nem foglalkozott a kockázatalapú irányba történő továbbfejlesztéssel. Munkánk során a mérési bizonytalanság figyelembevételével dolgozunk ki kockázatalapú többváltozós szabályozó kártyát, amely az alkalmazott ellenőrző kártyák területén újdonságnak mondható. A módszer alkalmazhatóságát autópári cég mérési adatainak felhasználásával fogjuk bemutatni.

Bevezetés

A minőségiszabályozás egyik legelterjedtebb módszere a statisztikai folyamatszabályozás (SPC), melynek segítségével megtudhatjuk, hogy a mért értékek ingadozása szisztematikus hatás(ok) eredménye, vagy pedig a véletlenek tudható be. A statisztikai folyamatszabályozás eszközei a szabályozó kártyák. Az első szabályozó kártyák tervezése W. A Shewart nevéhez fűződik, aki 1924-ben publikálta munkáját. Kezdetben egyváltozós ellenőrző kártyákat alkalmaztak a vizsgált folyamat szabályozására. Gyakorta előfordul az iparban, hogy egy termék megfelelőségét egyidejűleg több minőségjellemző határozza meg. Ez esetben felmerül a kérdés, hogy érdemes-e minden jellemzőt külön szabályozó kártya segítségével figyelemmel kísérni. Ha a változók nem függetlenek, akkor a külön szabályozó kártyán történő vezetésük jelentősen megnövelheti a téves riasztás valószínűségét. Tegyük fel, hogy átlag kártyát alkalmazunk mindegyik paraméter

szabályozására. Ha a szokásos $\pm 3\sigma$ határokat alkalmazzuk, akkor a téves riasztásra mindegyik változónál $\approx 0,003$ valószínűséget engedünk meg. Az együttes ellenőrzésnél már $1 - 0,997^2 = 0,006$ ennek a valószínűségnek az értéke. Kettőnél több változó esetén még erőteljesebben növekszik a téves riasztás valószínűsége. (Ittész, 1999).

Ez a probléma nagymértékben járul hozzá a többdimenziós szabályozókártyák alkalmazásának létjogosultságához. Így több változó együttesen kísérelhető figyelemmel egy szabályozókártya alkalmazásával. Igaz, W.A. Shewart is foglalkozott több korreláló változó együttes kezelésével, a többváltozós szabályozás csak a későbbiek folyamán indult fejlődésnek. Az első nagy áttörés a területen H. Hotelling nevéhez kötődik, aki a Student-féle t-eloszláson alapuló szabályozó kártyát dolgozott ki. A továbbiakban megjelentek a CUSUM és az exponenciálisan súlyozott mozgóátlag kártyák többváltozós változatai is, az MCUSUM és az MEWMA kártyák is. (Mason, Tracy, 1997).

A több változó együttes kezelése azonban nem az egyetlen felmerülő probléma a szabályozó kártyák területén. Komoly problémákat okozhat a mérési bizonytalanság is a kártyák alkalmazása során hozott döntésekkor. Ha az általunk mért értékek szórása nagy, akkor a folyamatról rosszabb képet kapunk, mint amilyen az valójában. Egy termék vizsgálatakor a döntésünk helyességét (selejtnek minősül-e a termék vagy sem?) az határozza meg, hogy a tényleges és a mért megfeleléség valójában megegyezik-e. A megfeleléség értelmezésekor helyesen döntünk abban az esetben, ha a termék ténylegesen is megfelel és a mérés alapján is megfelelőnek minősítjük. Döntésünk ellenkező esetben is helyes, ha a tényleges nem megfeleléség áll fenn és a mérések alapján sem nyilvánítjuk megfelelőnek a terméket. A fennmaradó másik két esetben első-, illetve másodfajú hibát követünk el. Elsőfajú hibát akkor, ha visszautasítjuk a megfelelő terméket, másodfajú pedig akkor, ha tovább engedjük azt, holott valójában nem megfelelő. természetesen mindegyik eset bizonyos költségvonzattal jár. Könnyen belátható, hogy a legsúlyosabb következménnyel a másodfajú hiba elkövetése járhat, hiszen ez esetben a termelő vállalatnak akár presztizs-vesztéssel is kell számolnia.

Szakirodalmi áttekintés

Munkánk során irodalomkutatót végeztünk, melynek során azt vizsgáltuk, hogy az eddigi hazai és idegen nyelvű szakirodalomban az ellenőrző kártyák mely területével foglalkoztak. Ennek eredményét pedig az alábbi táblázatban foglaltuk össze.

1. táblázat: A szabályozó kártyák eddigi alkalmazási területei¹

Ellenőrző kártyák					
		Megbízhatóság alapú		Kockázatalapú	
		Állandó paraméter	Változó paraméter	Állandó paraméter	Változó paraméter
Egydimenzió	Normáloszlás	p, np, X-bar, s, R, CUSUM, EWMA, u, c, MA, Z _x , Z _{s2}	CUSUM, X-bar, EWMA, T ² , MA, p, np, s	X-bar	-
	Normálistól eltérő eloszlástípus	X-bar, CUSUM, R, EWMA, MA	X-bar, CUSUM, EWMA, MA	EWMA, MA	-
Többdimenzió	Normáloszlás	T ² , MCUSUM, MEWMA, T ² _{PCA} , X ² , ELR, MRMAX	T ² , CUSUM, MCUSUM _{PCA} , EWMA	-	-
	Normálistól eltérő eloszlástípus	MCUSUM, MEWMA, T ² , T ² _{PCA}	MCUSUM, MEWMA, T ² _{PCA}	-	-

A táblázat összeállításakor azt vizsgáltuk, hogy az egyes ellenőrző kártyák tervezésekor mely területekkel foglalkoztak mélyrehatóbban. A szempontok az eloszlás fajtája (normális, vagy attól eltérő eloszlás), a megfigyelt a változók száma (egy változó, több változó) és a minta elemszám, illetve a mintavételi időköz jellemzője (állandó, illetve változó). A napjainkban alkalmazott ellenőrző kártyák szinte mind megbízhatóság alapúak. A táblázat alapján is látható, hogy egyes területek még hiányosak. Célszerű lehet olyan kártya fejlesztése, amely képes kezelni a többváltozós eseteket, emellett alkalmazható normálistól eltérő eloszlás és változó minta elemszám, illetve mintavételi időköz esetén. A Taguchi féle veszteségfüggvény figyelembevételével történő kártyatervezés az átlag, szórás, EWMA, illetve CUSUM kártyák esetében történt. Kockázatalapú ellenőrző kártyák tekintetében történtek már kutatások az átlag, a mozgóátlag, illetve exponenciálisan súlyozott mozgóátlag kártyák esetében is. A témával e területen már mélyrehatóbban foglalkozott többek közt Hegedűs Csaba is. (Hegedűs, 2013, Hegedűs, Vastag, 2013) Láthatjuk azonban, hogy a többdimenziós szabályozó kártyák területén még nem történt meg a kockázatalapú irányba való továbblépés. A következőkben áttekintjük a T² kártyával kapcsolatos ismereteket.

¹ Alexander S, (1995), Chen Y. S., (2002), Chen Y. S., Yang Y. M., (2002), Chen, Y. K, (2006), Chou C.-Y., (2006), Epprecht E. K, (2010), Haridy Abdellatif M: A., (1996), He David, (2005), Kao S.-C., (2007), Luo Z., (2009), Maravelakis P. E., (2005), Serel D. A., (2008), Wang, H.,(2007), Yu F.-J., (2004), Hegedűs Cs., Kosztyán Zs., (2008), BinShams, M. A. et al. (2011), Tuerhong, G., Kim, S., B., (2014), Zhang J. et al. (2010), Chen, Y. K. (2007)

A megbízhatóság alapú T^2 kártya

Ahogy a korábbiakban arról szó esett gyakori jelenség az iparban, mikor egy termék megfelelőségét egyidejűleg több minőségjellemző határozza meg. Ilyen esetben célszerű a többváltozós szabályozó kártya alkalmazása. Többek közt a Hotelling által meghatározott, ún. T^2 kártya is alkalmas a probléma kezelésére.

Tegyük fel, hogy a szabályozni kívánt folyamat során a vizsgált termék megfelelőségét két minőségjellemző határozza meg. Legyenek ezek X_1 és X_2 ! Ha a változóink mért értékeit egy kártyán szeretnénk ábrázolni, akkor célszerű standardizálnunk a mért értékeket, így összehasonlíthatóvá válnak a különböző mértékegységekkel rendelkező változók. Így a következő egyenlet írható fel:

$$\frac{(X_1 - \mu_1)^2}{\sigma_1^2} + \frac{(X_2 - \mu_2)^2}{\sigma_2^2} = SD^2 \quad (1)$$

Ahol X_1 , X_2 az egyes és a kettős változók mért értékei, μ_1 , μ_2 az egyes változók várható értékei σ_1^2 és σ_2^2 az egyes változók varianciái. A fenti egyenlet egy olyan ellipszis egyenlete, amelyen belül az összes pont statisztikai távolsága (a (μ_1, μ_2) középponttól számítva) kisebb, mint SD értéke. Vektorokkal a következő formában adható meg az összefüggés:

$$(X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu) = SD^2 \quad (2)$$

A fenti összefüggést felhasználva a Hotelling-féle T^2 statisztika a következőképpen írható fel:

$$T^2 = n(\bar{X} - \mu)' S^{-1} (\bar{X} - \mu) \quad (3)$$

Az egyenletben n jelöli a minta elemszámot, S^{-1} pedig a becsült kovarianciamátrix inverzét. A statisztika a T^2 eloszlást követi, ami kifejezhető az F-eloszlás transzformáltjaként:

$$T^2 \sim \frac{(n-1)p}{n-p} F(p, n-p) \quad (4)$$

Ahol p a változók számát jelöli, $F(p, n-p)$ pedig a p és $n-p$ szabadságfokú F-eloszlást. Az eloszlás ismeretében, az elsőfajú hiba (α) valószínűségének rögzítésével megadható a T^2 -re vonatkozó kritikus érték, így megadható az a határérték (UCL_{T^2}) ami felett már beavatkozunk a folyamatba.

A T^2 kártya hiányosságai

E szabályozó kártya hatékonyan alkalmazható több változó egyidejűleg történő vizsgálatára, azonban a mérések bizonytalanságából eredő kockázatokkal nem számol. További hiányosság, hogy amint azt a fentiekben is láthattuk, a beavatkozási határok számításakor nem találkozunk olyan paraméterrel, amely a mért értékekre vonatkozna (sem szórás sem várható érték). Ebből adódóan a beavatkozási határ a kovarianciamátrix megváltozására sem reagál. Az alkalmazás során feltétele, hogy a változók több dimenziós normál eloszlást kövessenek. Ez a feltétel a gyakorlat során sok esetben nem teljesül, így a kártya alkalmazhatósága korlátozódik. Így célszerű lehet a beavatkozási határ számításakor analitikus módszer helyett szimulációs módszerekre hagyatkozni. A kockázatalapú T^2 kártya beavatkozási határának meghatározását Monte Carlo szimuláció segítségével fogjuk elvégezni.

A továbbiakban ismertetjük a kockázatalapú T^2 kártya ($RBT^2 = \text{Risk Based } T^2$) tervezésének lépéseit.

Javasolt módszer bemutatása

A kockázatalapon működő T^2 kártya illesztését a következő lépések segítségével végeztük el.

1. Adatgyűjtés.
2. Megbízhatóság alapú T^2 kártya tervezése.
3. Az egyes döntéstípusokhoz társítható fedezeti értékek meghatározása.
4. Beavatkozási határok módosítása a mérési bizonytalanság figyelembe vételével (szimuláció segítségével).

Adatgyűjtés

Ahhoz, hogy megtervezhessük először a megbízhatóság alapú T^2 kártyát, majd pedig a mérési bizonytalanság figyelembevételével kockázatalapú szabályozó kártyává alakítsuk, bizonyos adatokra van szükségünk. A kártya tervezéséhez szükségünk van előzetes adatfelvételre, amely során a mért értékek felhasználásával elegendő információ áll rendelkezésünkre a kártya tervezéséhez. A mérési adatokon kívül a mérőműszer mérési bizonytalanságát is szükséges megállapítanunk. Ha ezek az adatok rendelkezésre állnak, a következő lépésre haladhatunk.

Megbízhatóság alapú T^2 kártya tervezése

Mért adatok birtokában először megtervezhetjük a megbízhatóság alapon működő T^2 kártyát. Ehhez először meg kell bizonyosodnunk arról, hogy a vizsgált változók p -dimenziós normális eloszlást követnek, hiszen ez a T^2 kártya alkalmazhatósági feltétele. A mért adatokból elsőként kiszámítjuk a T^2 értékeket a 2-es számú egyenlet alapján, majd emellett az alábbi képlettel megadjuk a beavatkozási határ értékét:

$$UCL_{T^2} = \frac{p(m-1)(n-1)}{m(n-1)-p+1} F(p, m(n-1) - p + 1) \quad (5)$$

Ahol p a változók száma, m a teljes minta sokasága, n a minta elemszám, $F(p, m(n-1)-p+1)$ pedig a p és $m(n-1)-p+1$ szabadságú F-eloszlást jelöli. Ha megszerkesztettük a megbízhatóság alapú szabályozókártyát, ki kell számítanunk az egyes döntési kimenetekhez társított fedezeti értékeket. Ezt részletesen a következő lépésben tárgyaljuk.

Az egyes döntéstípusokhoz társítható fedezeti értékek meghatározása

2. táblázat: A döntési mátrix szerkezete

Fedezeti értékek		Döntés				
		Specifikációs határ alapján megfelelő		Specifikációs határ alapján nem megfelelő		
		Beavatkozási határ alapján megfelelő	Beavatkozási határ alapján nem megfelelő	Beavatkozási határ alapján megfelelő	Beavatkozási határ alapján nem megfelelő	
Tényleges	Specifikációs határ alapján megfelelő	Beavatkozási határ alapján megfelelő	$\pi_{1111}=r_{1111}-c_{1111}$	$\pi_{1110}=r_{1110}-c_{1110}$	$\pi_{1101}=r_{1101}-c_{1101}$	$\pi_{1100}=r_{1100}-c_{1100}$
	Specifikációs határ alapján nem megfelelő	Beavatkozási határ alapján megfelelő	$\pi_{1011}=r_{1011}-c_{1011}$	$\pi_{1010}=r_{1010}-c_{1010}$	$\pi_{1001}=r_{1001}-c_{1001}$	$\pi_{1000}=r_{1000}-c_{1000}$
	Specifikációs határ alapján nem megfelelő	Beavatkozási határ alapján nem megfelelő	$\pi_{0111}=r_{0111}-c_{0111}$	$\pi_{0110}=r_{0110}-c_{0110}$	$\pi_{0101}=r_{0101}-c_{0101}$	$\pi_{0100}=r_{0100}-c_{0100}$
	Specifikációs határ alapján nem megfelelő	Beavatkozási határ alapján nem megfelelő	$\pi_{0011}=r_{0011}-c_{0011}$	$\pi_{0010}=r_{0010}-c_{0010}$	$\pi_{0001}=r_{0001}-c_{0001}$	$\pi_{0000}=r_{0000}-c_{0000}$

A táblázatban r_{ijkl} az egyes döntésekhez társítható bevételt c_{ijkl} a költséget π_{ijkl} pedig a fedezeti értéket jelöli.²

A döntési mátrix meghatározható a specifikációs, illetve a beavatkozási határok viszonylatában. Így pedig egy háromdimenziós táblázatot kapunk, ahol első dimenzió jelöli azt, hogy az adott érték a tényleges, vagy az általunk mért, a második a specifikációs határokhoz, a harmadik a beavatkozási határokhoz viszonyítva osztja fel a táblázatot. A döntéskor a következő esetek állhatnak fenn:

Egyrészt a tényleges és mért értékek, is lehet a specifikációs határon belül, másrészt ugyanígy mindkét érték elhelyezkedhet a határon kívül. Végül pedig előfordulhat, hogy a mért érték alapján azt észleljük, hogy a termékünk nem megfelelő, holott a tényleges érték alapján az lett volna, illetve ennek a hibának fordítottját is elkövethetjük. Így négy alapesetünk van, de ezeket tovább bonthatjuk a beavatkozási határokhoz viszonyított döntések alapján. Így jutunk végül az összesen 16 esetből álló mátrixhoz.

A mátrixot összeállítva, a döntésekhez társított fedezeti értékeket kiszámítva már elegendő információ áll rendelkezésünkre ahhoz, hogy a mérési bizonytalanság figyelembevételével kockázatalapú szabályozó kártyát tervezzünk. Ezt a következő lépésben ismertetjük.

² i= tényleges érték a specifikációs határ szempontjából megfelelő-e?

j= tényleges érték a beavatkozási határ szempontjából megfelelő-e?

k= mért érték a specifikációs határ szempontjából megfelelő-e?

l= mért érték a beavatkozási határ szempontjából megfelelő-e?

Beavatkozási határok módosítása a mérési bizonytalanság figyelembe vételével

A gyakorlatban nem mindig valósul meg az egyes mérések állandósága egy adott termékre vonatkoztatva, hiszen a mérésre számos tényező gyakorol hatást. Ezért azt mondhatjuk, hogy az általunk mért érték a ténylegesen mért értéknek és a mérési hibának az összege, mely képlettel az alábbi módon fejezhető ki:

$$y_i(t) = x_i(t) + m_i(t) \quad (6)$$

Ahol $x_i(t)$ a vizsgált jellemző t időpontban lemért értéke a termék gyártásának i -edik fázisában, $m_i(t)$ a t időponthoz tartozó mérési hiba. Az általunk t időpontban mért érték pedig e kettő összegeként számítható (Kosztyán, Csizmadia, Hegedűs, 2008). Ha a mértértékeket mérési intervallumokkal helyettesítjük, akkor az adott intervallum hosszát úgy kapjuk meg, hogy a mérőműszer kalibrálásakor megállapított szórást szorozzuk egy k konstanssal. A k konstans értéke szimulációs módszerek segítségével meghatározható. Ha ismerjük a használt mérőműszer mérési bizonytalanságát, eloszlását, valamint a mérési hiba várható értékét, akkor, ha a mérési pontokat mérési intervallumokkal helyettesítjük, a következő relációt állíthatjuk fel a beavatkozási határokra vonatkozóan:

Megfelelő termék esetén:

$$[y(t) + k_{USL} \cdot u] < USL \text{ és } [y(t) - k_{LSL} \cdot u] > LSL, k_{USL}, k_{LSL} \in \mathbf{R} \quad (7)$$

Nem megfelelő termék esetén:

$$[y(t) + k_{USL} \cdot u] \geq USL \text{ vagy } [y(t) - k_{LSL} \cdot u] \leq LSL, k_{USL}, k_{LSL} \in \mathbf{R} \quad (8)$$

A beavatkozási határok módosítása szimulációs módszerekkel történik. A szimuláció a következő lépések elvégzésével történik. A k paraméter segítségével tudjuk a beavatkozási határ értékét változtatni. A paraméter értékének azt az értéket választjuk, amely mellett az összegzett fedezeti érték maximális.

Szimulációs eredmények

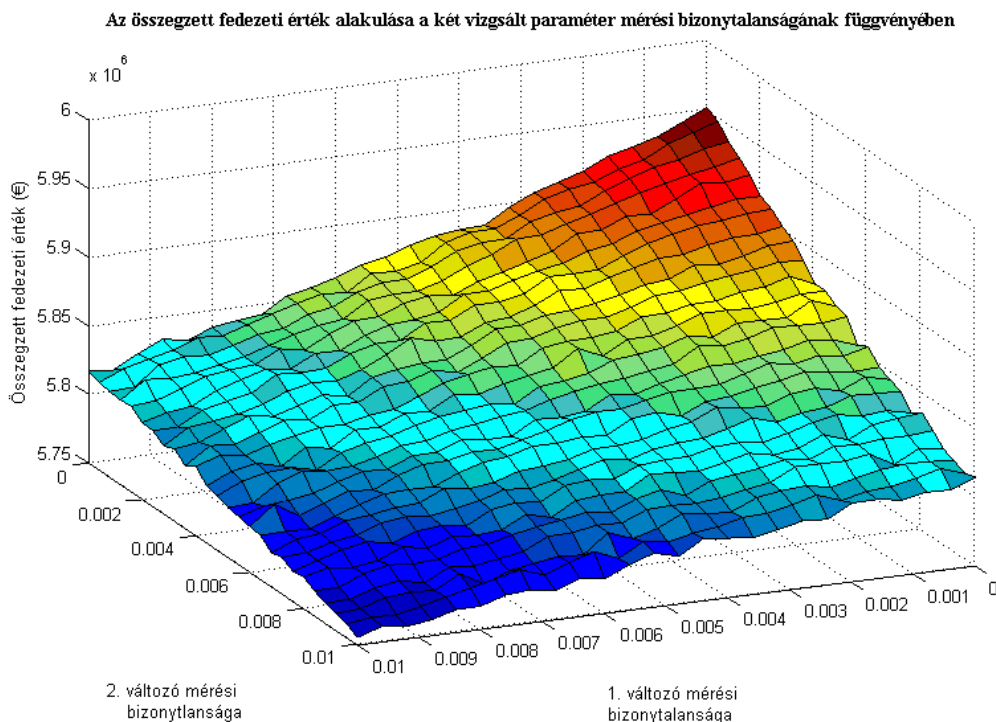
A fentiekben a módszer alkalmazhatóságát bemutattuk. Munkánk során szimuláció segítségével azt is megvizsgáltuk, hogy az összegzett fedezeti érték mennyivel növelhető a javasolt módszer alkalmazása során. A szimulációk eredményét az alábbi táblázat tartalmazza, amely bemutatja, hogy hány százalékkal növekedett az összegzett fedezeti érték a javasolt módszer alkalmazásával. A szimulációt során a mintavételek száma mindegyik esetben 100000 volt. Az eredményeket a másodfajú hiba költségének függvényében mutatjuk be. Azt is megvizsgáltuk, hogy a mérési bizonytalanság különböző típusú eloszlásai esetén is növelhető-e az összegzett fedezeti érték a módszer alkalmazásával.

3. táblázat: Az összegzett fedezeti érték alakulása a másodfajú hiba fedezeti értékének függvényében

Másodfajú hiba (β) elkövetésének költsége (€)	Normális eloszlás ($\mu=0, \sigma=0,01$)	Béta eloszlás ($a=0.003, b=5$)	Weibull eloszlás ($0,003, b=2$)	Lognormális eloszlás ($\mu=0,$ $\sigma=0,01$)	Egyenletes eloszlás ($a=-$ $0,01, b=-$ $0,02$)
10	1,638	2,271	1,791	1,768	1,287
20	1,642	2,317	1,877	1,78	1,345
30	1,648	2,363	1,952	1,801	1,394
40	1,683	2,416	2,032	1,864	1,41
50	1,719	2,469	2,105	1,926	1,429
60	1,77	2,523	2,18	1,978	1,472
70	1,852	2,565	2,255	1,989	1,521
80	1,881	2,586	2,337	2,014	1,567
90	1,947	2,6	2,43	2,037	1,594
100	2,022	2,634	2,505	2,054	1,636
110	2,066	2,684	2,553	2,079	1,653
120	2,094	2,74	2,605	2,101	1,672
130	2,231	2,765	2,687	2,126	1,72

Amint a táblázatban látható, különböző eloszlástípusú mérési hiba generálása során is 1,2-2,5 %-os fedezeti érték növekedés volt elérhető. Láthatjuk, hogy a másodfajú hiba költségének növekedésével a fedezeti érték is növelhető. Ennek oka a következő: Ha a másodfajú hiba költsége magas, akkor a módszer alkalmazása során az elkövetés gyakoriságának csökkentésével egyre nagyobb megtakarítással élhetünk, így az összegzett fedezeti érték is nagyobb mértékben növelhető.

A másodfajú hiba elkövetésének költsége mellett érdemes megvizsgálni a mérési bizonytalanságnak az összegzett fedezeti értékre gyakorolt hatását is. Esetünkben két változót vizsgálunk, így az alábbi ábra ismerteti a fedezet alakulását a két változó mérési bizonytalanságának függvényében.



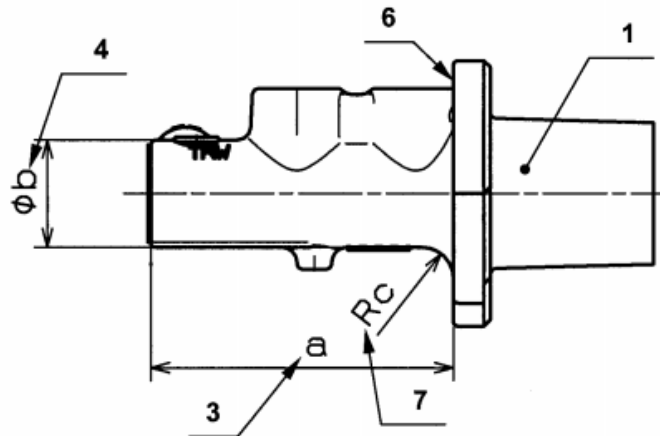
Ahogy az ábrán is láthatjuk, a két változó mérési bizonytalansága nagymértékben csökkentheti az összegzett fedezeti értéket. Éppen ezért célszerű többdimenziós kártyák (esetünkben T^2 kártya) esetén is figyelembe venni e tényezőt a beavatkozási határok számításakor.

A következőkben ismertetjük a fentiekben bemutatott módszer gyakorlati alkalmazhatóságát is, egy autóiipari példán keresztül.

A gyakorlati alkalmazhatóság bemutatása

A gyakorlati alkalmazhatóság vizsgálata során végighaladtunk az előző részben leírt pontokon. A vizsgált autóiipari termék egy főfékhenger. A termék megfelelőségét alapvetően két paraméter jellemzi, a fűrészelési hossz, illetve az átmérő (4-es, illetve 3-as méret). Az alábbi ábra ismerteti az alkatrész méreteit:

1. ábra: A vizsgált termék



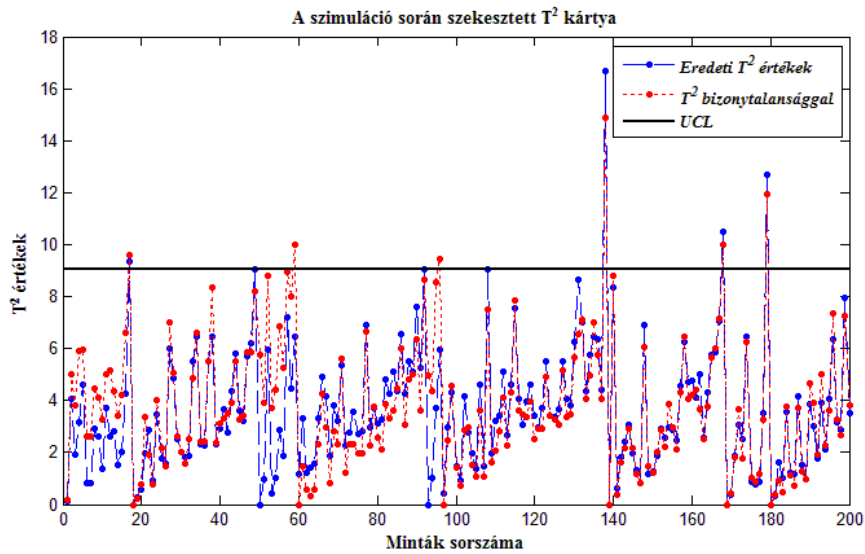
A két minőségjellemző tűrésére pedig a következő előírások állnak fenn:

- Fűrészelési hossz (3-as számú méret): $148,45 \pm 0,35$ [mm]
- Átmérő (4-es méret): $29,5 \pm 0,35$ [mm]

A megfelelőség vizsgálata optikai mérőgéppel történik, melynek mérési bizonytalansága 0,005.

Az előzetes adatfelvétel során nyert mérési adatokból először megterveztük a megbízhatóság alapú T^2 kártyát. A tervezés során a korábban megállapított információk alapján szimuláltuk az értékek eltolódását, illetve UCL átlépése esetén a beavatkozást. A folyamatra tervezett T^2 kártya látható az alábbi ábrán.

2. ábra: A folyamatra tervezett T^2 kártya



Mivel autóipari vállalatról beszélünk, meg kell jegyeznünk, hogy e területen a másodfajú hiba elkövetése igencsak súlyos következménnyel járhat. A gyakorlati példában, ha egyetlen nem megfelelő termék is kikerül a vevőhöz, az az egész küldemény újbóli átválogatását vonja maga után. A szimuláció során alkalmazott fedezeti értékeket tartalmazza a következő táblázat az egyes esetekre vonatkozóan.

4. táblázat: Az egyes döntésekhez társított fedezeti értékek

Fedezeti értékek (€)		Döntés			
		Specifikációs határ alapján megfelelő		Specifikációs határ alapján nem megfelelő	
		Beavatkozási határ alapján megfelelő	Beavatkozási határ alapján nem megfelelő	Beavatkozási határ alapján megfelelő	Beavatkozási határ alapján nem megfelelő
Tényleges	Specifikációs határ alapján megfelelő	3	-40	-23	-23
	Specifikációs határ alapján nem megfelelő	-60	-23	-23	-23
	Specifikációs határ alapján megfelelő	-102	-102	-11	-11
	Specifikációs határ alapján nem megfelelő	-102	-102	-11	-11

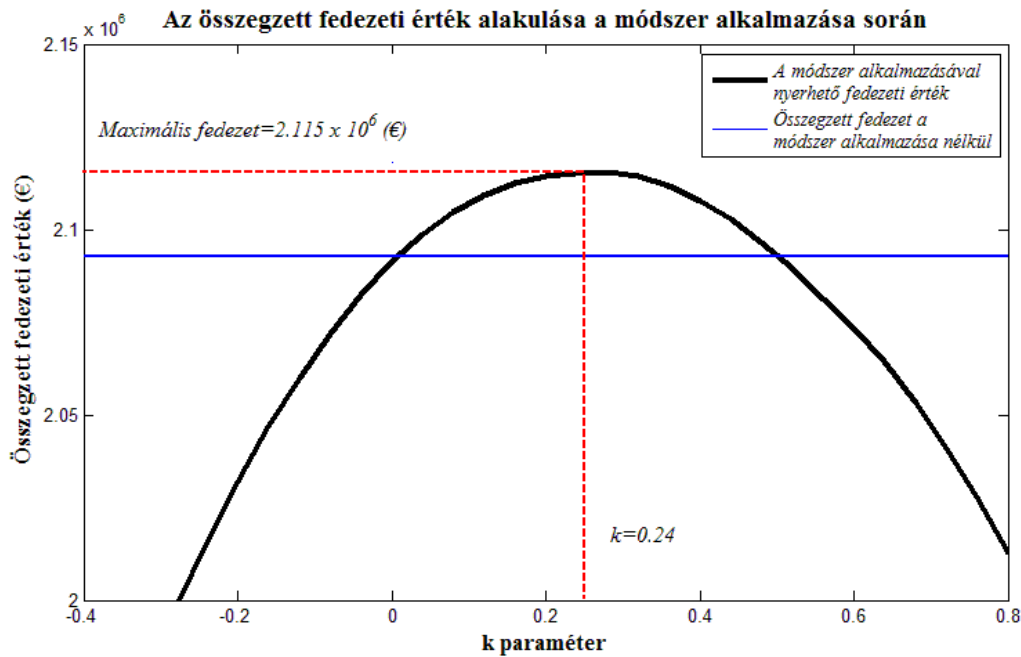
Az előzetes adatfelvétel során megállapítottuk a két vizsgált minőségjellemző várható értékét, illetve szórását ($\mu_1=29,48$, $\mu_2=148,77$, illetve $\sigma_1=0,0539$, $\sigma_2=0,0499$).

A számítások során egymilliós sokaságot szimuláltunk. A szimuláció elvégzésével a következő eredményekre jutottunk.

5. táblázat: A kapott eredmények

Szemponatok	T ²	RBT ²
<i>k</i>	0	0,24
UCL	9,1937	8,9537
Összegzett fedezeti érték (€)	2092000	2115000
Százalékos növekedés (%)	-	1,099

Ahogy az a táblázatból is látszik, a módszer segítségével növelni tudtuk a mintavétel során számított összegezett fedezeti értéket. A beavatkozási határ értékének változtatásával az összegezett fedezeti érték a módszer alkalmazásával ~1,1%-kal növekedett. A fedezeti érték alakulását a *k* paraméter függvényében jól mutatja be az alábbi ábra.

3. ábra: Az összegezett fedezeti érték alakulása a szimuláció során *k* paraméter függvényében

Láthatjuk az ábrán is, hogy a $k=0,24$ pontban érjük el az optimumot, ekkor maximális az összegezett fedezeti érték a beavatkozási határ értéke pedig 8,9537. Így a javasolt módszer alkalmazásával immár kockázatalapon működő szabályozókártyát (RBT²) illesztettünk a szabályozni kívánt folyamatra. E területen lényeges újdonságnak számít, hogy ezúttal többváltozós szabályozó kockázatalapú kártya került kidolgozásra.

Következtetések

Munkánk során ismertettünk egy olyan kártyaillesztési módszert, amely során kockázatalapú többváltozós szabályozókártyát illeszthetünk a vizsgált folyamatra. A módszer alkalmazhatóságát gyakorlati példán keresztül is bemutattuk. Beláthatjuk, hogy a mérési bizonytalanság a minőségköltségeket nagymértékben befolyásolhatja, gondoljunk csak a vizsgált autóiipari példára. E területen kiemelkedő fontosságú a másodfajú hibák számának minimálisra csökkentése. Hiszen, ahogy azt a példában is tapasztalhattuk, egyetlen darab nem megfelelő termék is a teljes szállítmány újbóli átválogatását eredményezi. Nem is beszélve egy tényezőről, amit igencsak nehéz költségben kifejezni, mégis hatalmas jelentőséggel bír. Ez pedig nem más, mint a presztizs. Egy vevő elvesztése hatalmas veszteséget okozhat egy vállalatnak. E lényeges szempont is alátámasztja a kockázatalapú szabályozó kártyák alkalmazását.

A vevői kockázatok csökkentése mellett azonban az alkalmazhatósági feltételeket is érdemes figyelembe vennünk. A legtöbb szabályozó kártya alkalmazhatóságának feltétele a normális eloszlás, többváltozós kártyák esetén pedig a p -dimenziós normális eloszlás. Ez azonban a gyakorlatban sok esetben nem teljesül. Továbbá azt is láthattuk, hogy a T^2 kártya nem veszi figyelembe az eloszlás paramétereit a beavatkozási határ számításakor. Éppen ezért az analitikus módszerek mellett érdemes a szimulációs módszereket alkalmazni a kártyák határainak, illetve egyéb paramétereinek meghatározásakor. E szempont szintén alátámasztja a kockázatalapú kártyák alkalmazását, hiszen a beavatkozási határ optimális értékének ez esetben is szimuláció segítségével történik.

Összefoglalás

A tanulmányban bemutattuk a többváltozós szabályozó kártyák alkalmazásának előnyeit, és történeti háttérét. Irodalomkutatással szemléltettük, hogy a legtöbb alkalmazott szabályozó kártya megbízhatóság alapú. E területen korábban foglalkoztunk már kockázatalapú kártyák kidolgozásával, ezek azonban egyváltozós kártyák voltak így továbblépésként bemutattuk az RBT² (*Risk Based T²*) kártya illesztésének és megtervezésének menetét. A módszer elméleti bemutatása során igazoltuk annak alkalmazhatóságát egy gyakorlati példán keresztül is. Az általunk tervezett kockázatalapú szabályozó kártya beavatkozási határát szimulációs módszerrel határoztuk meg. Ahogy azt a fentiekben is láthattuk, a módszer alkalmazásával sikerült megközelítőleg 1,1%-os fedezeti érték növekedést elérnünk. Amit pedig emellett nagyon fontos hangsúlyozni, hogy bár hatását számszerűleg nehéz kifejezni, a vevői kockázatok csökkentésével a presztizs-veszteség is csökkenthető.

A módszert így sikerrel tudtuk e területen alkalmazni, melynek kiterjesztése a továbbiakban érdemes lehet a változó paraméterű szabályozó kártyák irányába is, ahol a mintavételezési költségek is csökkenthetők.

Irodalomjegyzék

- ALEXANDER, S. M., DILLMAN, M. A., USHER, J. S., & DAMODARAN B. (1995). Economic design of control charts using the Taguchi loss function. *Computers and Industrial Engineering*, 28 (3), 671-679.
- BINSHAMS, M. A., BUDMAN, H., M., & DUEVER, T., A. (2011). Fault detection, identification and diagnosis using CUSUM based PCA. *Chemical Engineering Science*, 66 (20), 4488-4498.
- CHEN Y. S., & YANG Y. M. (2002). An extension of Banerjee and Rahim's model for economic design of moving average control chart for a continuous flow process. *European Journal of Operational Research*, 143 (3), 600-610.
- CHEN Y. S., YANG Y. M. (2002). Economic design of x-control charts with Weibull in-control times when there are multiple assignable causes. *International Journal of Production Economics*, 77 (1), 17-23.
- CHEN, Y. K. (2007). Adaptive sampling enhancement for Hotelling's T2 charts. *European Journal of Operational Research*, 178, 841-857.
- CHEN, Y. K., & HSIEH, K. L. (2006). Hotelling's T2 charts with variable sample size and control limit. *European Journal of Operational Research*, 182 (3), 1251-1262.
- CHOU C.-Y., CHEN C.-H., & CHEN C.-H. (2006). Economic design of variable sampling intervals T2 control charts using genetic algorithms. *Expert Systems with Applications*, 30 (2), 233-242.
- EPPRECHT, E. K, SIMÕES, B. F. T., SIMÕES, & Mendes F. C. T. (2010). A variable sampling interval EWMA chart for attributes. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 49 (1-4), 281-292.
- HARIDY ABDELLATIF, M. A., & EL-SHABRAWY, Adel Z. (1996). The economic design of cumulative sum charts used to maintain current control of non-normal process means. *Computers and Industrial Engineering*, 35 (3-4), 783-790.
- HE, David, & GRIGORYAN, Arsen (2005). Multivariate multiple sampling charts. *IIE Transactions*, 37 (6), 509-521.
- HEGEDŰS Csaba (2013). Risk-based decision support for conformity control under uncertainty. In *4th World Conference on Information Technology*. Brussels, Belgium, November 26-28.
- HEGEDŰS Csaba, & KOSZTYÁN Zsolt (2008). Mérési bizonytalanság kezelése a mintavételes minőségsszabályozásban. In *V. Jedlik Ányos Szakmai Napok*. Veszprém, március 27-29.
- HEGEDŰS Csaba (2013). Kockázatalapú döntések támogatása a mérési bizonytalanság figyelembevételével. In *„A Felfedező Tudomány” Konferencia*. Győr, május 16.
- HEGEDŰS Csaba, & VASTAG Gyula (2013). Kockázatalapú döntések a mintavételes minőségellenőrzésben a mérési bizonytalanság figyelembevételével. *Vezetéstudomány*, 44, (6), 66-73.
- ITTZÉS A. (1999). Többváltozós statisztikai folyamatszabályozás. *Minőség és Megbízhatóság*, 33 (5), 226-231.
- KAO, S.-C., & CHUAN CHING, H. (2007). Robustness of R-Chart to Non Normality. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 36 (5), 1089-1098.
- LUO Z., LI Z., & WANG Z. (2009). Adaptive CUSUM control chart with variable sampling intervals. *Computational Statistics and Data Analysis*, 53 (7), 2693-2701.
- MARAVELAKIS, P. E., PANARETOS, J., & PSARAKIS, S. (2005). An Examination of the Robustness to Non Normality of the EWMA Control Charts for the Dispersion. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 34 (4), 1069-1079.
- MASON, R. L., TRACY, N. D., & YOUNG, J. C. (1997). A Practical Approach for Interpreting Multivariate T² Control Chart. *Journal of Quality Technology*, 29 (4), 396-406.
- SEREL, Dog'an A., MOSKOWITZ, H. (2008). Joint economic design of EWMA control charts for mean and variance. *European Journal of Operational Research*, 184 (1), 157-168.

- TUERHONG, G., & KIM, S. B. (2014). Gower distance-based multivariate control charts for a mixture of continuous and categorical variables. *Expert Systems with Applications*, 41 (4), 1701-1707.
- WANG, H. (2007). Comparison of p control charts for low defective rate. *Computational Statistics and Data Analysis*, 53 (12), 4210-4220.
- YU, F.-J., WU, H. H. (2004). An economic design for variable sampling interval MA control charts. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 24 (1-2), 41-47.
- ZHANG, J., Li, Z., & WANG, Z. (2010). A multivariate control chart for simultaneously monitoring process mean and variability. *Computational Statistics and Data Analysis*, 54, 2244-2252.