



DOI: 10.18427/iri-2017-0047

Problémamegoldási stratégiák alkalmazása a matematikatanításban

© **Debrenti Edith**

PKE Nagyvárad, Gazdaság és társadalomtudományi Kar, Nagyvárad

edit.debrenti@gmail.com

A szöveges feladatok tanítása egyike a legnehezebb módszertani problémáknak. A probléma-megoldási stratégiákat, gondolkodási műveleteket tudatosan kell tanítani a tanórákon. A legtöbb esetben a probléma-megoldási folyamat áll a középpontban, nem pedig a kapott eredmény. Ezen folyamat struktúráját többször is hangsúlyoznunk kell a tanulóknak (Ambrus, 2002).

Jelen kutatás tárgya problémamegoldási stratégiák elsajátítása elemi osztályokban. Beszámolok egy III. osztályos tanulók körében végzett pedagógiai fejlesztési kísérletről, amely során a kísérleti csoport tagjai öt hét alatt különböző szövegesfeladat- megoldási stratégiákat, módszereket sajátítottak el, előnyben részesítve az ábrázolási módszereket. A kontroll csoport eredményeivel való összehasonlítás során szignifikancia vizsgálatot végeztünk, majd az eredményeket közösen értelmeztük a Partiumi Keresztény Egyetem *Az óvodai és elemi oktatás pedagógiája* szakos II. éves hallgatóival az elmúlt tanév során. A kísérlet folytatásaként az idei tanévben a IV. osztályban kulcsos problémamegoldási stratégiákat alkalmazunk, ennek a bemutatására kerül sor.

A problémamegoldó képesség általános fejlesztése fontos célkitűzés a matematikatanításban. A problémamegoldó tevékenység során a diákok értelmi képességének számos aspektusát mozgatjuk meg és fejlesztjük, ezek közül az egyik legfontosabb a gondolkodás.

A modern képalkotó eljárások segítségével (fMRI) kimutatható, hogy problémamegoldás közben a matematikából tehetséges tanuló, a 13 éves S. M. agyterületeinek többszörösét, kb. ötszörösét- hatszorosát használja az átlagos képességű tanulókhoz képest.

Felvetődik több kérdés is, például, hogy lehet-e egyáltalán tanítani a problémamegoldást, illetve, ha igen, akkor hogyan lehet hatékonyan tanítani? Pedagógusként természetesen hiszünk abban, hogy képesek vagyunk problémamegoldást tanítani, hogy segíthetünk a különböző adottságú, képességű és életkorú tanítványainknak különböző stratégiákat mutatva, és adott feladattípusból több különböző feladatot is megoldva elmélyíthetjük a problémamegoldó képességüket.

Az életszerű, valóság alapú feladatok is fontosak, illetve ismertessük meg megoldhatatlan feladatokkal is tanulóinkat, valamint a kérdés szempontjából főleg információt tartalmazó problémafelvetések is szükségesek. Fontos, hogy színesen, változatosan és az életkornak megfelelő mélységben és módszerekkel tanítsuk ezeket a feladatokat, a Bruner-féle reprezentációs szinteket is figyelembe véve (Bruner, 1961).

Az *enaktív síkon* az ismeretszerzés egy cél elérésének érdekében konkrét tárgyi tevékenységek, cselekedetek, manipulációk révén megy végbe. Minél kisebb gyerekeket tanítunk, annál több konkrét cselekvésre van szükség. Az *ikonikus síkon* az ismeretszerzés szemléletes képek, illetve elképzelt szituációk segítségével történik. Az ábrázolási módszereket, sematikus rajzokat alkalmazva a feladatmegoldások során mélyebb megértést érhetünk el. *Szimbolikus síkon* az ismeretszerzés matematikai szimbólumok és a nyelv segítségével történik. Fontos, hogy ne túl korán térjünk át a csak szimbolikus síkra, mert a tanulók egy osztályon belül soha nincsenek azonos szinten.

Hatékonyabbá tehető a tanulási folyamat, ha tudatosan változtatjuk a reprezentációs módokat. A minimális tanári vezetés, mint a felfedezettő tanulás eszköze nem elegendő a hatékony tanuláshoz. A másik véglet, a maximális tanári vezetés, a tanári (frontális) előadás sem a leghatékonyabb módszer (Kirschner, Sweller & Clark, 2006). Problémamegoldás során a következő modelleket használhatjuk (Török, 2013):

- A számfeladat mint modell: az alpműveletek bevezetésekor használhatjuk. Segíthet a megértésben a rajzkészítés, vagy kirakás, eljátszás.
- A számegyenes mint modell: alsó tagozaton a számegyenes elsősorban a természetes számok modelljeként szolgál. A szöveges feladatban szereplő adatok helyét, egymáshoz és az ismeretlenhez viszonyított helyzetét szemléltethetjük rajta.
- A rajz mint modell: segít a szöveges feladatok megértésében, megoldásában és/vagy ellenőrzésében.
- A táblázat mint modell: nagyon jól használható a függvényre vezető szöveges feladatok esetén. Megjeleníthetjük a segítségével az összes lehetőséget.
- A nyitott mondat mint modell: a pótlásra vezető szöveges feladatok esetén alkalmazható.
- A grafikon mint modell: az összetartozó adatpárok megjelenítésére szolgál, fontos eszköz a függvényszerű gondolkodás kialakításában. A mozgással, vásárlással, méréssel kapcsolatos szöveges feladatoknál használhatjuk.
- A halmazábra mint modell: a halmazok elemeinek elhelyezésére, valamint a halmazok elemszámával kapcsolatos feladatoknál az egyes részhalmazok elemszámának a beírására szolgál.

A tanulók heurisztikus problémamegoldási képességeinek fejlesztésére és több modell együttes alkalmazására egy alternatív lehetőség a nyolckulcsos problémamegoldási modell, amely a tanulót rávezeti úgy a problémamegoldás lépéseire, mint a megoldás során alkalmazható stratégiákra (Herold-Blasius & Jazby, 2016). A tanuló egy nyolc kulcsból álló köteggel rendelkezik a feladatmegoldás során. A nyolc kulcs mindegyikén egy egyszerű utasítás olvasható, ezek közül választhat:

- Olvasd el újra a feladatot!
- Próbáld ki kisebb számmal!
- Keress egy konkrét példát!
- Keress összefüggést, szabályt! Általánosíts!
- Vizsgáld meg a megoldást: tényleg jó?
- Készíts rajzot! Használj különböző színeket!
- Készíts táblázatot!
- Dolgozz fordítva! Kezd a végétől! (Herold-Blasius & Jazby, 2016)

A modell előnyei:

1. A kulcsok javasolják, hogyan kell eljárnia, milyen lehetőségei vannak, hogyan indulhat el. Egyben a Pólya-féle modell lépéseit is tartalmazzák a kulcsok: az 1. kulcs a feladat megértését segíti, és a 2., 3. és a 4. kulcsok pedig konkrét példa, segédfeladat keresésére, az összefüggések megtalálására bíztatnak. Az 5. kulcs a megoldás ellenőrzésére, a próba elvégzésére sarkall.
2. Arra ösztönzi a tanulót, hogy figyelembe kell vennie a különböző matematikai összefüggéseket a feladat adatai és ismeretlenjei között. (4. kulcs)
3. Láthatja megnevezve a különböző megoldási stratégiákat, így ezeket jobban tudatosíthatja. A 6. kulcs rajz, a 7. táblázat készítésére, a 8. kulcs arra emlékezteti a tanulót arra, hogy lehet, hogy a fordított út módszerét kell használnia.
4. A tanuló motiválhatja önmagát.
5. A tanuló gondolkodási időt nyerhet.
6. Nyomon követheti a feladatmegoldás során a használt stratégiákat, ezeknek a neve bevésődik a többszöri alkalmazás hatására. (Melyik kulcsokat használtuk?)

A kutatás céljai, módszerei

A kutatásunk célja megvizsgálni, hogy ha az alapvető szöveges feladat megoldási lépéseket (Pólya-modell) és modelleket begyakoroljuk (számfeladat, ábrázolás, grafikon, táblázat, nyitott mondat, halmazábra), ha több feladattípust gyakoroltatunk, illetve mindegyik fajtából több feladatot is megoldunk, ha feladatmegoldási stratégiákkal ismertetjük meg a tanulókat, akkor javul-e a tanulók feladatmegoldási képessége azokkal a tanulókkal szemben, akik a tanmenetnek megfelelően tanulják a különböző típusú szöveges feladatok megoldását, nem helyezve akkora hangsúlyt a különböző stratégiák alkalmazására.

Első hipotézisem, hogy ha tudatosan a szöveges feladatok megoldására különböző módszereket, eljárásokat, modelleket tanítunk meg, ez azt eredményezi, hogy javul a tanulók feladatmegoldási és problémamegoldási képessége, azokkal szemben, akik kevésbé tudatosan foglalkoznak vele. Második hipotézisem, hogy a gyenge és közepes képességű tanulók esetében is nagyobb fejlődést érhetünk el.

A mintánkat a nagyváradi Szent László Római Katolikus Líceum III. B. (kísérleti csoport) és a székelyhídi Petőfi Sándor Elméleti Líceum, szintén III. B. (kontrollcsoport) osztályos tanulói képezték.

A klasszikus pedagógiai kísérlet során a kísérleti csoportban a fejlesztést 20 diákkal végeztük el, ebből 14 fiú (70%) és 6 lány (30%) volt. A kontrollcsoportban 12 gyerekből a fiúk száma 7 (58,33%), míg a lányoké 5 (41,67%).

A fejlesztési kísérlet magába foglalja a pedagógiai kutatás három specifikus szakaszát. A felmérési szakaszban a kísérleti csoport 20 alanyának, illetve a kontrollcsoport 12 alanyának a kezdeti felmérése történt. Ebben a szakaszban egy feladatlapot alkalmaztunk, mellyel felmértük a gyerekek aktuális tudását. A továbbiakban ezt előtesztnek nevezem.

A kutatási szakasz egybeesik a kísérleti résszel. Ebben a szakaszban öt hét alatt, hetente kétszer, különböző típusú és témájú szöveges feladatokat oldottunk meg a kísérleti csoportban. A kontrollcsoportban a megfigyelés módszerét alkalmaztuk, csak hospitáltunk, kívülről figyeltük meg a gyerekeket a matematika tevékenységek során.

A kutatás végső mozzanata az értékelési szakasz, melynek során mindkét csoportban alkalmaztunk egy feladatlapot, a továbbiakban ezt utótesztnek nevezem.

Itt a tanulókat egy feladatlap megoldására kértük, melynek feltételei és követelményei azonosak voltak a két csoportban. A kísérleti csoportban elért felmérési eredményeket összehasonlítottuk a kontrollcsoportban elért eredményekkel és megfigyeltük a különbségeket. A kutatásban használt elő- és utóteszteken elvégeztük az F-próbát a szórások tesztelésére, illetve a t-próbát a teljes- és az alpopulációra (alpopulációnak neveztem a gyengén teljesítők csoportját).

A kísérlet 2016 márciusában és áprilisában zajlott le, a 2015/2016-os tanév második félévében. Ezt az időszakot a kísérlet szempontjából azért tartottuk alkalmasnak, mert ekkorra mindkét osztályban a tananyaggal újra a szöveges feladatokig jutottak. A cél az volt, hogy minden egyes fejlesztési órán változatos, érdekes típusú és témájú szöveges feladatokkal javítsuk a tanulók feladatmegoldási képességeit. A kísérlet nyolc alkalmat foglalt magába, valamint még egy- egy órát, amelyben az elő- és utótesztek megoldása történt. Az elő- és utótesztek feladatainak összeállításai szempontjai a következők voltak: a fokozatosság elvét figyelembe véve állítottuk össze a feladatlapot, a könnyű szövegértésű feladattól a nehezebbig, illetve a könnyű műveletekkel elvégezhető feladatoktól a nehezebbekig. Az első két feladatnál a számolási készségüket akartuk megtudni, míg a hármas és négyes feladatnál a szövegértésüket figyeltem. Mindegyik feladatnál részpontokat is adtunk, aszerint, hogy hány műveletet végeztek el az adott feladatnál, levezették-e a helyes megoldást vagy csak az eredmény írták le, valamint a feladatnak hányad részét oldották meg helyesen.

1. sz. táblázat. Az elő- és utóteszt feladatainak nehézségi szintje

<i>Feladat</i>	<i>Nehézségi szint</i>	<i>Műveletek</i>
1.	Könnyű szövegértés	Könnyű műveletek (+, -)
2.	Közepes szövegértés	Könnyű műveletek (+, -, *)
3.	Nehezebb szövegértés	Könnyű műveletek (-, :)
4.	Nehezebb szövegértés (logikai feladat)	Könnyű műveletek (+, *)

Mindkét feladatlap esetében voltak olyan feladatok, amiket meg tudtak oldani csak számítással vagy sematikus rajz segítségével, illetve mindkettő használatával. (A kísérleti és kontroll csoport feladatlapjait összehasonlítva a kontroll csoport többet használta az ábrázolási módszert, viszont a kísérleti csoport több típusú megoldási módszert alkalmazott.)

A kísérletben használt szöveges feladatok nagy részét a tanítóképzős hallgatók alkották meg vagy fogalmazták át különböző témák és típusok szerint. Azért döntöttünk úgy, hogy mi alkotunk feladatokat, mivel a tankönyvben, illetve munkafüzetben régi szövegezésű, a gyerekek számára érdektelen feladatok találhatóak, kevés számban. A szöveges feladatok megírásakor figyelembe vettük, hogy milyen típusú feladatokat szeretnénk gyakoroltatni a diákokkal, valamint olyan témájú feladatokat fogalmaztunk meg, amik közel állnak a gyerekek érdeklődési köréhez, illetve valóságközeliek. Ahhoz, hogy a tanulókhoz még közelebb kerüljenek a szöveges feladatok, osztályra szabtuk, neveiket fogalmaztuk a feladatokba, így szívesebben végezték azokat el.

A gyerekektől is kértünk feladatalkotást, úgyesen írtak szöveges feladatot és oldották meg a másokét. A tanulók szépen kidolgozottan oldották meg a feladatokat.

A fejlesztések során észrevettük, hogy fontos, hogy a téma minél gyakorlatiasabb legyen (voltak sporttal, Naprendszerrel kapcsolatos témáink). A feladatokban a mennyiszere több-kevesebb kérdésre is kerestük a választ, valamint a mennyiszere és mennyivel több-kevesebb fogalmát mélyítettük el szakaszos ábrázolás segítségével.

Az utolsó fejlesztési alkalomkor már megjelentek a törtek is az egyik szöveges feladatban, mivel már foglalkoztak velük a matematika órákon. Mindegyik feladat más-más típusú volt, találkozhattak minél változatosabb szöveges feladatokkal. Észrevételeink szerint az ilyen típusú feladatoknál akadnak el a tanulók legtöbbször a rossz szövegértés miatt. Nem tudják kiszűrni a lényeges információkat, valamint meglátni az összefüggéseket.

Összegzés

A kutatásom egy pedagógiai fejlesztési kísérlet volt. A felmérési szakaszban a kísérleti csoport 20 alanyának, illetve a kontrollcsoport 12 alanyának a kezdeti felmérése történt (előteszt). A kísérleti szakaszban a kísérleti csoportban nyolc tanórányi fejlesztés történt, amelyek során az alapvető szöveges feladat megoldási lépéseket (Pólya-modell) és modelleket begyakoroltuk (számfeladat, ábrázolás, grafikon, táblázat, nyitott mondat, halmazábra), több feladattípust gyakoroltattunk, illetve mindegyik fajtából több feladatot is megoldunk, feladatmegoldási stratégiákkal ismertettük meg a tanulókat. Minden alkalomkor megpróbáltunk minél érdekesebb szöveges feladatokat vinni és belecsempészni az órába egy kis játékosságot is, hogy a tanulóknak felkeltsük az érdeklődését és hogy szívesebben oldják meg a feladatokat.

A fejlesztések során főként a szakaszokkal történő ábrázolással megoldható feladatokkal foglalkoztunk. A kontrollcsoportban a megfigyelés módszerét alkalmaztuk a matematika tevékenységek során. Az értékelési szakaszban azonos utótesztet alkalmaztunk mindkét csoportban. A kísérleti csoportban elért felmérési eredményeket összehasonlítottuk a kontrollcsoportban elért eredményekkel és megfigyeltük a különbségeket.

A kutatásban használt elő- és utóteszteken elvégeztük az F-próbát a szórások tesztelésére, illetve a t-próbát a teljes- és az alpopulációra (alpopulációnak neveztem a gyengén teljesítők csoportját, akik az előzetes felmérésnél 75 pontnál kevesebbet értek el). Az elő- és utótesztek összehasonlításából jól látszik, hogy a kísérleti osztály tanulói sokat fejlődtek, úgy a teljes csoportra, mint az alcsoportra nézve. A kísérleti csoport esetében a gyenge és közepes képességű diákok teljesítménye növekedett és nem utolsó sorban javult a tanulók matematikával szembeni hozzáállása.

Összességében eredményesnek bizonyult a pedagógiai kísérletünk, hiszen mindkét hipotézis beigazolódott, illetve kérdéseinkre is választ kaptunk. A kutatás teljes mértékben hasznosnak bizonyult, ezért jó lenne folytatni. A kísérlet folytatásaként az idei tanévben az immár IV. osztályban több modell együttes alkalmazására jó lehetőség lehet a nyolckulcsos problémamegoldási modell, amely a tanulót rávezeti úgy a problémamegoldás lépéseire, mint a megoldás során alkalmazható modellekre, így a komplexebb szöveges feladatok esetén további jó eredményeket érhetnénk el a tanulók problémamegoldása terén.

Az, hogy milyen módszerekkel és milyen szöveggörnyezetben dolgozunk a tanulókkal, nagyban befolyásolja a szöveges feladatokhoz való hozzáállásukat, illetve motiváltságukat. A problémátípusú szöveges feladatokat is közelebb kell hozni a diákokhoz, az az gyermekközpontúvá kell tennünk, a pedagógusnak változatos módszerekkel kell dolgoznia, odafigyelve a gyermekközpontú, valóságközeli szöveggörnyezetre, valamint a tanulók belső motivációjának fejlesztésére.

A pozitív matematikai attitűd kialakításához nagymértékben hozzájárul az, hogy a feladatoknak a gyerekekről, illetve gyerekekhez kell szólniuk. Fontos, hogy a tanulók érdeklődve, a saját tapasztalataikat bevonva tudjanak dolgozni a matematika órákon. A kísérlet legfontosabb hozadéka az volt, hogy a tanítóképzős hallgatók tanúi lehettek egy klasszikus fejlesztési kísérletnek, hozzájárulhattak ahhoz és együtt vehettünk részt egy kutatásban, tanulási céllal az ő számukra is, hiszen még csak most tanulják a szakmát, de már elvárjuk tőlük, hogy kutassák is.

Irodalomjegyzék

- Ambrus András (2002). A problémamegoldás tanításának elméleti alapjai. *Új Pedagógiai Szemle*, 52 (10), 157-170.
- Bruner, J. S. (1974). *Új utak az oktatás elméletéhez*. Budapest: Gondolat.
- Herold-Blasius, Raja, & Jazby, Dan (2016). Can Strategy keys help 3rd and 4th graders engage in mathematical problem solving? In Csíkos, C., Rausch, A., & Sztányi, J. (Eds.), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1. (pp. 171). Szeged, Hungary: PME.
- Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why Minimal Guidance During Instruction Does Not Work: An Analysis of the Failure of Constructivist, Discovery, Problem-based, Experiential and Inquiry-based Teaching. *Educational Psychologist*, 41 (2), 75-86.
- Pólya György (2000). *A gondolkodás iskolája*. Budapest: Akkord.
- Török Tamás (2013). Szöveges feladatok és tanításuk. In Herendiné K. E. (szerk.), *A matematika tanítása az alsó osztályokban* (pp. 164-191). Budapest: Nemzedékek Tudása Tankönyvkiadó.

