

# Tanítóképzős hallgatók geometriai ismeretei

**Debrenti Edith**

**PKE Nagyvárad, Közgazdaságtudományi Kar, Nagyvárad**

[edit.debrenti@gmail.com](mailto:edit.debrenti@gmail.com)

A geometriai tapasztalatszerzés, a térbeli megjelenítés, a térbenlátás, valamint a térbeli gondolkodás képességének fejlesztése alapvető célkitűzés a matematikatanításban. A térbeli érzékelés a minket körülvevő világ megértésének képessége (Freudenthal, 1972).

Az óvodai program szerint részletes követelmény a geometriai formák/ alakzatok felismerése, megnevezése (kör, háromszög, négyszög), a különböző mértani formák építése és síkban való ábrázolása, valamint a tér-és síkbeli tájékozódó képesség megalapozása, formálása.

Az érvényben lévő alaptanterv szerint a IV. osztályos tananyag szintén előírja különböző geometriai ismeretek elsajátítását, mint például különböző síkbeli alakzatok és térbeli formák azonosítását, felismerését, lerajzolását, osztályozását, elemeinek azonosítását, stb. modellek, rajzok, illetve a közvetlen környezetbeli elemek alapján.

Az óvodai és elemi oktatásban tanítók kompetenciái között is szerepelnie kell a térbeli vizualizációs készségeknek, a térbeli gondolkodásnak, a geometriai alakzatok és formák különböző környezetben való felismerésének, illetve annak a képességnek, hogy pontosan és precízen le tudja írni ezeket az alakzatokat, formákat, ezek tulajdonságait, használva a megfelelő geometriai kifejezéseket.

Jelen kutatásban a Partiumi Keresztény Egyetemen *Az óvodai és elemi oktatás pedagógiája* szakos hallgatóinak valós térbeli tárgyról készített fotók alapján kellett különböző síkbeli alakzatokat és térbeli formákat azonosítaniuk. A geometriai tartalmak asszociációja, összekapcsolása valós tárgyakkal (pl. épületekkel, térplasztikákkal, kutakkal, stb), helyzetekkel lehetőséget nyújt a hallgatók geometriai ismereteinek vizsgálatára, feltárására, rávilágít azok hiányosságaira és segíthet a továbbiakban azok pótlásában.

## *Geometriai tapasztalatszerzés az óvodában és az alsó tagozaton*

A geometriai gondolkodás fejlődése, az ismeretszerzési folyamat egymásra épülő szinteken keresztül zajlik. A van Hiele- elmélet szerint ezek a következők:

1. szint: alakzatok globális megismerése
2. szint: alakzatok elemzése
3. szint: lokális logikai rendezés (informális dedukció)
4. szint: törekvés a teljes logikai felépítésre (formális dedukció)
5. szint: axiómatikus felépítés.

Az alsó tagozaton az 1-2. szint megvalósítása reális, a felső tagozaton a 3. szint elérése a cél. A 4. és az 5. szint elérése a középiskola, illetve a felsőoktatás feladata.

Az alakzatok globális megismerésének szintjén a gyermek a geometriai alakzatokat egységes egészként fogja föl, nem különíti el az alkotóelemeket. Felismeri a formájuk alapján a különböző alakzatokat és megtanulja ezek nevét, valamint biztonsággal használja ezeket. Nem tudja összehasonlítani a különböző alakzatokat, számára a négyzet nem téglalap, a kockában nem ismeri fel a téglalapot, stb.

A 2 szinten, az alakzatok elemzésének szintjén az alakzatokat részeire bontja, majd összerakja. Kapcsolatokat fedez fel az alakzat és a részei között. Felismeri a testek lapjait, éleit, csúcsait. Elemzi az alakzatokat konkrét tevékenységek által, melyek során megállapítja és felsorolja az alakzat tulajdonságait. A tulajdonságok közötti logikai kapcsolatokat még azonban nem ismeri fel. A definíció igénye sem merül fel benne (Szilágyiné, 2013).

Már az óvodában elkezdődik a geometriai tapasztalatszerzés. Az óvodai program szerint (5242 sz. / 02.10.2006 határozat) részletes követelmény:

- a geometriai formák/ alakzatok felismerése,
- a geometriai formák/ alakzatok megnevezése (kör, háromszög, négyszög),
- a különböző mértani formák építése és ezek síkban való ábrázolása,
- az egészet részekre (fél, negyed) bontani és a részekből egészet alkotni.

Részletes követelmény továbbá a tér- és síkbeli tájékozódó képesség megalapozása, formálása. Az óvodai alaptanterv előírja, hogy a gyermek legyen képes:

- nyitott vagy zárt, szabálytalan vagy szabályos alakzatokat készíteni
- megváltoztatni az alakzatok nagyságát, formáját
- megállapítani, melyik tárgy van hozzá közelebb vagy távolabb
- meghatározni saját helyét adott térben vagy adott tárgyhoz viszonyítva (kívül, belül, a széken, az asztal alatt, társa mellett stb.)
- helyesen használni a térbeli viszonyokat: fölél, alá, kinn, benn, közel, távol, közelebb, távolabb, legközelebb, legtávolabb, mellettem, itt, ott stb.
- felismerni és megnevezni síkban is a térbeli viszonyokat.

Az alsó tagozaton a geometria alapvető fogalmainak alapozása történik. A geometriai fogalmak fejlődése hosszú folyamat, az első négy évfolyamon nem zárul le. A fogalmak kialakítása a cél, ezért a gyerekek életkorának megfelelő cselekvésekből, tevékenységekből kell kiindulni, az ebből származó tapasztalatok vezetnek majd el az általánosabb összefüggések felismeréséig, megfogalmazásáig.

Az érvényben lévő alaptanterv szerint (3919 sz. / 20.04.2005 határozat) a IV. osztályos tananyag előírja különböző geometriai ismeretek elsajátítását:

- különböző síkbeli alakzatok és térbeli formák azonosítását, felismerését,
- lerajzolását,
- osztályozását,
- elemeinek azonosítását,
- alapvető tulajdonságok megállapítását

modellek, rajzok, illetve a közvetlen környezetbeli elemek alapján.

Az alakzatok elemzése konkrét tevékenységek segítségével történhet, mint:

- megfigyelések, szétválogatások, mérések, rajzolások, hajtogatások, nyírások, ragasztások,
- modellezések, parkettázások, tükörhasználat

A tanulók a konkrét tevékenységek alatt megfigyelik a következőket:

- ❖ a lapok, az élek, az oldalak, a csúcsok számát
- ❖ a lapok alakját
- ❖ az élek, oldalak hosszúságát
- ❖ a lapok, oldalak párhuzamosságát, merőlegességét
- ❖ a szimmetriatulajdonságokat

Az alapos megfigyelések, a tulajdonságok észlelése az ezekre irányított figyelem segítségével, ezek megfogalmazása közösen bőven elegendőek, itt még a definíció igénye nem merül fel a tanulóknál, akik még nem veszik észre az alakzatok közötti hierarchikus kapcsolatokat.

Az óvodai és elemi oktatásban tanítók kompetenciái között, ahhoz hogy a fenti ismereteket, megfigyeléseket, konkrét tevékenységeket irányítani tudják, szerepelnie kell a következő képességeknek, készségeknek:

- a térbeli vizualizációs készségeknek,
- a térbeli gondolkodásnak,
- a geometriai alakzatok és formák különböző környezetben való felismerésének,
- annak a képességnek, hogy pontosan és precízen le tudja írni ezeket az alakzatokat, formákat, ezek tulajdonságait, használva a megfelelő geometriai kifejezéseket.

Ahhoz, hogy egy tanítójelölt az alsó tagozaton majd a van Hiele- elmélet szerint elvárható 1-2. szintet megvalósítsa, tőle is elvárható legalább ezen szintek teljesítése.

## *A kutatás célja, módszerei*

*Résztevők,* A kutatás résztvevői a Partiumi Keresztény Egyetem 41. Az óvodai és elemi oktatás pedagógiája szakos hallgatója (17 másodéves és 24 harmadéves).

*Módszer.* Valós térbeli tárgyakról készített fotók alapján kellett különböző síkbeli alakzatokat és térbeli formákat azonosítaniuk. A geometriai tartalmak asszociációja, összekapcsolása valós tárgyakkal (pl. épületekkel, térplasztikákkal, kutakkal, stb) lehetőséget nyújt a hallgatók geometriai ismereteinek vizsgálatára, feltárására, rávilágít azok hiányosságaira és segíthet a továbbiakban azok pótlásában.

*A fotók kiválasztási kritériumai:*

- síkbeli alakzatok és testek sokasága legyen jelen a fotókon
- "szokatlan" geometriai alakzatok jelenléte.

A hallgatók válaszait a következő szempontok alapján figyeltem meg:

- fogalmak alkalmazásának pontossága, gyakorisága, változatossága,
- hibák elemzése.

## Hipotéziseim

- Nem jutnak eszükbe a geometriai kifejezések, az alakzatok, testek elnevezései.  
Síkban több alakzatot felismernek, mint térben.

A legkönnyebben beazonosított formák:

- síkban: *kör, négyzet, téglalap, háromszög*

- térben: *gömb, kocka, téglatest.*

- A csonkított testeket kevésbé tudják megnevezni.

- A hallgatók számára nehézséget okoz nem szokványos pozícióban lévő alakzatok, testek felismerése.

## A kutatáshoz felhasznált teszt

1. Ábra: Fotók valós tárgyakról: A) Sebilj kút, Szarajevó; B) ház; C) Atomium, Brüsszel; D) utcai lámpa, Eszék; E) ház; F) érckoporsó, berlini múzeum; G) épület Tokióban; H) épület Tokióban; I) ház; J) kút; K) épület Tokióban; L) kút



A)



B)



C)



D)



E)



F)



G)



H)



I)



J)



K)



L)

### *A kutatás eredményei*

A hallgatók által jól beazonosított síkbeli alakzatokat és térbeli formákat a következő összegző táblázat tartalmazza:

1. táblázat. A hallgatók által jól beazonosított síkbeli alakzatok és térbeli formák:

A)fotó	2D	trapéz 61%, téglalap 61%, sokszög 32%, nyolcszög 34%
	3D	hasáb 17%, nyolcoldalú hasáb 15%
B)fotó	2D	téglalap 83%, négyzet 46%, háromszög 39%, kör 27%
	3D	félgömb 32%, kúp 37%
C)fotó	2D	háromszög 41%, téglalap 27%, négyzet 22%
	3D	gömb 93%, henger 41%, kocka 20%
D)fotó	2D	trapéz 71%, négyzet 20%, háromszög 20%
	3D	henger 71%, csonkagúla 32%
E)fotó	2D	négyzet 73%, téglalap 46%, hatszög 46%, sokszög 17%, nyolcszög 7%.
	3D	“sokszögű test” 7%
F)fotó	2D	téglalap 80%, trapéz 61%, kör 29%
	3D	téglatest 66%, csonkagúla 22%, hasáb 12%
G)fotó	2D	háromszög 71%, téglalap 54%, trapéz 34%, négyzet 34%, rombusz 10%, paralelogramma 7%
	3D	téglatest- kocka 56%, csonkagúla 34%
H)fotó	2D	téglalap 80%, négyzet 66%
	3D	gömb 85%, téglatest 54%, henger 24%, kocka 22%, hasáb 12%
I)fotó	2D	téglalap 76%, négyzet 63%, kör 27%
	3D	henger 63%, kúp 63%
J)fotó	2D	hatszög 80%, sokszög 7%, téglalap 51%, félkör 27%, négyzet 12%
	3D	téglatest 44%
K)fotó	2D	téglalap 66%, négyzet 61%, kör 49%
	3D	henger 76%, téglatest 56%, hasáb 12%
L)fotó	2D	téglalap 34%, sokszög 29%, nyolcszög 27%, kör 27%
	3D	gömb 71%, henger 15%

Az A) fotó esetén a legnagyobb arányban a következő alakzatokat ismerték fel jól: trapéz 61%, téglalap 61%, sokszög 32%, nyolcszög 34%, míg a testek közül: hasáb 17%, nyolcoldalú hasáb 15%. A fotón nem látható az alapsokszög minden oldala, de a szimmetriának köszönhetően könnyen kikövetkeztethető, hogy nyolcoldalú sokszögünk van, ennek ellenére a hallgatóknak csak 15%-a látja ezt. Összesen 32% használja, tudja a hasáb kifejezést.

A B) fotó esetén a legnagyobb arányban a következő alakzatokat ismerték fel jól: téglalap 83%, négyzet 46%, háromszög 39%, kör 27%, míg a testek közül: félgömb 32%, kúp 37%. Görbe felületű testek esetén még nagyobb a bizonytalanság, úgy a beazonosítást, mint az elnevezéseket illetően. (17% a félgömböt hengernek nevezi, de előfordul a csonka félgömb, stb elnevezés is.)

A C) fotó esetén a legnagyobb arányban a következő alakzatokat ismerték fel jól: háromszög 41%, téglalap 27%, négyzet 22%, míg a testek közül: gömb 93%, henger 41%, kocka 20%. A csúcsára állított kocka, az Atomium emlékmű a brüsszeli Heysel parkban található. A kilenc gömbből álló építmény acélból készült és a vas tércentrálts kőbős fémrácsát jeleníti meg 165 milliárdszoros nagyításban. A hallgatók közül majdnem mindenki észlelt gömböt (93%), de csak 41% hengert, a csúcsára állított kockát pedig csak 20% vette észre.

Itt észleltem a legnagyobb bizonytalanságot, ezt a térbeli közismert alkotást síkbeli alakzatnak látták: hatszög 41%, rombusz 17%, kör 15%, trapéz 15%, paralelogramma, sokszög, kilencszög. Akadt térbeli hibás próbálkozás is: gúla 7%, téglatest, csonkagúla, kúp, hasáb, “cső”, térbeli hatszög (új kifejezések is születtek!).

A D) fotó esetén a legnagyobb arányban a következő alakzatokat ismerték fel jól: trapéz 71%, négyzet 20%, háromszög 20% míg a testek közül: henger 71% (ez volt a

csatorna), csonkagúla 32% (a lámpa). Az előforduló hibák: síkban téglalap 20%, paralelogramma 5%, háromszög, kör, rombusz, félkör, hatszög, térben gúla a csonkagúla helyett 20%, kocka, téglatest, hasáb, csonkakúp.

Az E) fotó esetén a legnagyobb arányban a következő alakzatokat ismerték fel jól: négyzet 73%, téglalap 46%, hatszög 46%, sokszög 17%, nyolcszög 7%, míg a testek közül "sokszögű test" 7%. Senki nem használta helyesen a soklapú test vagy a poliéder elnevezést. A legnagyobb hibák síkban: paralelogramma 10%, ötszög 10%, kör 7%, trapéz, rombusz, hétszög, térben: gömb 24%, kocka, henger, hasáb.

Az F) fotó esetén a legnagyobb arányban a következő alakzatokat ismerték fel jól: téglalap 80%, trapéz 61%, kör 29%, míg a testek közül téglatest 66%, csonkagúla 22%, hasáb 12%. A csonkított testek elnevezése, beazonosítása nagymértékben hiányos. A legnagyobb hibák: síkban paralelogramma 5%, négyzet 5%, háromszög 5%, "körlap" 5%, térben kocka 5%, csonkakúp 5%.

A G) fotó esetén a legnagyobb arányban a következő alakzatokat ismerték fel jól: háromszög 71%, téglalap 54%, trapéz 34%, négyzet 34%, rombusz 10%, paralelogramma 7%, míg a testek közül téglatest- kocka 56%, csonkagúla 34%. A testek elnevezése, beazonosítása hiányos, a legnagyobb hibák: gúla 24%, henger 10%, hasáb 5%, kúp 5%.

A H) fotó esetén a legnagyobb arányban a következő alakzatokat ismerték fel jól: téglalap 80%, négyzet 66%, míg a testek közül: gömb 85%, téglatest 54%, henger 24%, kocka 22%, hasáb 12%. A legnagyobb hibák: síkban kör 12%, ellipszis, trapéz, háromszög, térben "ovális", "tojás".

Az I) fotó esetén a legnagyobb arányban a következő alakzatokat ismerték fel jól: téglalap 76%, négyzet 63%, kör 27%, míg a testek közül henger 63%, kúp 63%. A legnagyobb hibák: háromszöget lát 41% a kúp helyett, trapézt 15%, sokszöget, térben gúlát 12%, hasábot 5%, csonkagúlát, téglatestet, kockát, "sokoldalú téglatestet".

A J) fotó esetén a legnagyobb arányban a következő alakzatokat ismerték fel jól: hatszög 80%, sokszög 7%, téglalap 51%, félkör 27%, négyzet 12%, míg a testek közül téglatest 44%. A legnagyobb hibák: síkban rombusz 7%, háromszög, trapéz, térben kúp 7%, gúla 5%, gömb, hasáb, csonkagúla, henger.

A K) fotó esetén a legnagyobb arányban a következő alakzatokat ismerték fel jól: téglalap 66%, négyzet 61%, kör 49%, míg a testek közül henger 76%, téglatest 56%, hasáb 12%. A legnagyobb hibák: síkban trapéz 7%, paralelogramma 5%, félkör 5%, háromszög, hatszög, térben gömb 5%, kocka 5%, kúp fordul elő.

Az L) fotó esetén a legnagyobb arányban a következő alakzatokat ismerték fel jól: téglalap 34%, sokszög 29%, nyolcszög 27%, kör 27%, míg a testek közül gömb 71%, henger 15%. A legnagyobb hibák: síkban hatszög 22%, félkör 10%, négyzet 12%, trapéz 7%, rombusz 5%, háromszög 5%, hétszög, térben téglatest 20%, félgömb 17%, csonkagúla, hasáb.

A hallgatók által beazonosított síkbeli alakzatok és térbeli formák esetén előforduló hibákat a következő összegző táblázat tartalmazza:

2. táblázat. A hallgatók által beazonosított síkbeli alakzatok és térbeli formák esetén előforduló hibák

A)fotó	2D	háromszög 12%, félkör 7%, hatszög, "egyenlő szárú paralelogramma"
	3D	henger 17%, kúp 15%, gömb 7%, téglatest 5% csonkagúla, gúla, csonkakúp,
B)fotó	2D	félkör, paralelogramma, "ovális alakzat",
	3D	henger 17%, téglatest 10%, csonkagúla 7% "csonka félgömb", gúla, kúp
C)fotó	2D	hatszög 41%, rombusz 17%, kör 15%, trapéz 15%, paralelogramma, sokszög, kilencszög
	3D	gúla 7% téglatest, csonkagúla, kúp, hasáb, "cső", térbeli hatszög
D)fotó	2D	téglalap 20%, paralelogramma 5% Háromszög, kör, rombusz, félkör, hatszög.
	3D	gúla a csonkagúla helyett 20%, kocka, téglatest, hasáb, csonkakúp,
E)fotó	2D	paralelogramma 10%, ötszög 10%, kör 7%, trapéz, rombusz, hétszög
	3D	gömb 24%, kocka, henger, hasáb
F)fotó	2D	paralelogramma 5%, négyzet 5%, háromszög 5%, "körlap" 5%
	3D	kocka 5%, csonkakúp 5%,
G)fotó	2D	
	3D	gúla 24%, henger 10%, hasáb 5%, kúp 5%
H)fotó	2D	kör 12%, ellipszis, trapéz, háromszög,
	3D	"ovális", "tojás"
I)fotó	2D	háromszög 41%, trapéz 15%, sokszög,
	3D	gúla 12%, hasáb 5% csonkagúla, téglatest, kocka, "sokoldalú téglatest"
J)fotó	2D	rombusz 7%, háromszög, trapéz,
	3D	kúp 7%, gúla 5 %, gömb, hasáb, csonkagúla, henger
K)fotó	2D	trapéz 7%, paralelogramma 5%, félkör 5%, háromszög, hatszög
	3D	gömb 5%, kocka 5%, kúp
L)fotó	2D	hatszög 22%, félkör 10%, négyzet 12%, trapéz 7%, rombusz 5%, háromszög 5%, hétszög
	3D	téglatest 20%, félgömb 17%, csonkagúla, hasáb

A hallgatók átlagosan 41,46 fogalmat neveztek meg, összesen 1700 geometriai fogalmat soroltak fel. A következő táblázatban láthatjuk ezt:



3. táblázat. A hallgatók által beazonosított síkbeli alakzatok és térbeli formák esetén előforduló jó válaszok és hibák eloszlása

	Összesen	Jó	Hibás	2D	3D
	1700	1328	372	1023	677
Átlag	41,46	32,39	8,8	24,95	16,46
min	8	4	1	6	0
max	74	56	25	43	35

Összességében 78%-ban helyesen nevezték meg a síkbeli alakzatokat és térbeli formákat, míg 22%-ban hibásan. 60% -ban síkbeli alakzatokat azonosítottak be, míg 40%-ban testeket. A síkbeli fogalmak esetében 17%-os a hibák aránya, míg a térben a testek esetében ez az arány 27%.

## Összegzés

Az a feltételezés, hogy a hallgatóknak 4-5 év geometria tanulás kihagyása után nem jutnak eszükbe a geometriai kifejezések, az alakzatok, testek elnevezései, illetve, hogy síkban több alakzatot felismernek, mint térben, beigazolódott. A legkönnyebben beazonosított formák a síkban a *kör*, a *négyzet*, a *téglalap* és a *háromszög* voltak, míg a térben a *gömb*, a *kocka*, a *téglatest*. A csonkított testeket tudják legkevésbé megnevezni- ez a hipotézis is beigazolódott. Különböző próbálkozásokkal találkoztam a megnevezéseket illetően. A hallgatók számára nehézséget okozott a nem szokványos pozícióban lévő alakzatok, testek felismerése. A közös tanulmányaink során, illetve a geometria tanításának módszertanát tanulmányozva pótolnunk kell a hiányos ismereteket. Ahhoz, hogy egy tanítójelölt az alsó tagozaton majd a van Hiele- elmélet szerint elvárható 1-2. szintet megvalósítsa, tőle is elvárható legalább ezen szintek teljesítése.

## Irodalomjegyzék

- Freudenthal, H. (1972). *Mathematics as an Educational Task*. Springer.
- Szilágyiné Szinger Ibolya (2013). Testek, síkidomok. In Herendiné K. E. (szerk.), *A matematika tanítása az alsó osztályokban* (pp. 192-218). Budapest: Nemzedékek Tudása Tankönyvkiadó.
- ORDIN nr. 3919/20.04.2005 cu privire la aprobarea noilor programe școlare pentru clasa a IV-a. <http://www.edu.ro/index.php/articles/53> [2016.01.07.]
- ORDIN nr. 5242/02.10.2006 privind aprobarea „Programei activităților instructiv-educative pentru grădinița de copii, pentru grădinițele cu predare în limba maghiară”. <http://www.edu.ro/index.php/articles/6729> [2016.01.07.]