

# **Szöveges feladatok a matematikatanításban**

© **Debrenti Edith**

**PKE Nagyvárad, Közgazdaságtudományi Kar, Nagyvárad**

[edit.debrenti@gmail.com](mailto:edit.debrenti@gmail.com)

Az 1990-es évektől a világ legfejlettebb országait tömörítő OECD (Organisation for Economic Cooperation and Development) azért indította el a háromévenkénti monitorozó jellegű felméréssorozatot, a PISA-méréseket, hogy a fejlődéshez szükséges változtatásokat megalapozza azzal, hogy három műveltségterületen (alkalmazott matematikai műveltség, alkalmazott természettudományi műveltség és szövegértés) vizsgálja a tizenöt éves tanulók képességét, mérje fel, hogy rendelkeznek-e a tanulók azzal az alkalmazható tudással, amelyre egy modern társadalomban szükség van. A mérés az iskolai tanulás során elsajátított ismeretekből és készségekből felépülő, az adott tudományterületen érvényes tudásra összpontosít. Azt méri, hogy a tanulók milyen mértékben alkalmazzák szövegértési képességüket a hétköznapi helyzetekben megjelenő szövegek megértésekor és értelmezésekor; vagy mennyire képesek felismerni, megérteni, értelmezni és megoldani egy matematikai vagy természettudományi jellegű problémát, ha ilyennel találkoznak.

Az olvasás-szövegértés, az értelmes tanulás, elsajátítás, a megértés mindenfajta tanuláshoz alapvető szempontja, a matematikatanulás esetén talán még nagyobb ennek a jelentősége. A matematikai kompetencia modelljében az összetevők között a készségeknél találjuk a szövegesfeladatok megoldását, illetve a kommunikációs készségeknél a szövegértést, szövegértelmezést.

A problémamegoldó képesség hatékony fejlesztéséhez hozzájárul minél több olyan szöveges feladat felvetése, amely ismeretlen a feladatmegoldó számára, és amelyhez neki kell megtalálnia a megoldási lépéseket, az algoritmust.

Az óvó- és tanítóképzés során nagy hangsúlyt fektetünk a szöveges feladatokra, ezek helyes értelmezésére, megértésére, a megoldási lépések betartására, esetleges reprezentációra, az eredménynek a valósággal való egybevetésére, mert a szöveges feladatoknak jelentős szerepe van a szövegértés fejlesztésében.

Kutatásom alapját egy matematikai teszt alkalmazása képezte, amelyet az óvodai és elemi oktatás pedagógiája szakos hallgatóim oldottak meg a Partiumi Keresztény Egyetemen. A kiválasztott teszt olyan feladatokat tartalmaz, amelyeket helyes szövegértelmezés és megértés esetén oldhatók meg, így alkalmasak a használható tudás vizsgálatára. Mélni szerettem volna önálló gondolkodásukat, problémamegoldó képességüket, tudásuk aktív alkalmazni tudását.

## Szövegértés, szöveges feladatok

Egy mai értelmezés szerint: „a szöveges feladat olyan életszerű, gyakorlati problémafelvetés, amelyben az ismert és az ismeretlen mennyiségek közötti összefüggés (összefüggések) szövegesen van megadva, és megoldásához valamilyen matematikai modellre van szükség” (Török, 2013:165).

A szöveges feladatok a műveletfogalom kialakításában és a műveletvégzés közvetett gyakoroltatásában is meghatározó szerepet töltenek be, ugyanakkor az elemi osztályokban a szöveges feladatok feldolgozásával a bonyolultabb gyakorlati problémák matematikai modellezésének képességét alapozzák meg. A szöveges feladatok segítségével fejleszteni lehet a tanulók szövegértését, ítélő-, emlékező-, lényegkiemelő és önellenőrző képességét (Török, 2013).

A tanítóképzés során a matematika módszertanának tanításakor kiemelten foglalkozunk a szöveges feladatok megoldási módszereivel, ezen módszerek közül is nagyobb hangsúlyt fektetve az általános módszerek mellett a *sajátos módszerekre* (ilyenek az ábrázolás módszere, az összehasonlítás módszere, a hipotézisek módszere, a fordított út módszere, a hármasszabály és a mérlegelv) és a *típusfeladatokra*.

Az ábrázolás módszerének az a lényege, hogy a feladat adatait, ismeretlenjét és az ezek közötti kapcsolatot ábrázoljuk és az ábrát a feladat elemzésénél és megoldásánál felhasználjuk. Az ábrázolás történhet vázlatos rajzzal, síkidomokkal, szakaszokkal, szimbólumokkal, egyezményes jelekkel, betűkkel. Az ábrázolás azért fontos, mert hozzájárul a feladat jobb megértéséhez és memorizálásához is (Olosz & Olosz, 2000).

A vizuális reprezentáció gyakran segít egy probléma felfogásában, megértésében. A jobb megértés és a sajátos matematikai gondolkodásmódok fejlesztése érdekében ábrázolásra szükség van, a vizuális reprezentációk használatára tudatosan kell nevelni a tanulókat, sok gyakorlattal, türelemmel. Konkrét és vizuális reprezentációk használata nem csak az ún. lassú tanulók, illetve az alsóbb osztályú tanulók számára szükségesek. E fajta reprezentációk fontosak minden tanuló számára és hasznosak a teljes tanulmányi folyamat során (Wittmann, 1998).

Egyik fajta reprezentáció sem tudja kielégíteni egy probléma megoldásához, illetve egy szituáció kezeléséhez szükséges feltételeket, követelményeket. Általában többféle reprezentáció alkalmazása szükséges. A matematikai tevékenység sokkal hatékonyabb, ha a tanuló többféle reprezentációt párhuzamosan használ és összekapcsolja azokat. A matematika ereje a reprezentációktól független tulajdonságokban és a reprezentációk közötti kapcsolatokban rejlik (Dreyfus & Eisenberg, 1996).

A tanítás során a hallgatókat újra meg kell tanítanunk egy kisgyermek gondolkodásához alkalmazkodni, és az aritmetikai módszereket szorgalmazni az algebrai módszerekkel szemben.

A gyakorlat azt mutatja, hogy ez nehéz feladat, mert ők a már jól elsajátított algebrai módszereket részesítik előnyben.

A szöveges feladatok egyenletekkel történő megoldása közben a diákoknak a valós szituációt a matematika nyelvére kell lefordítaniuk. Mindez lehetőséget ad arra, hogy a diákok megtapasztalják a matematikai fogalmak és a valós dolgok között húzódó kapcsolatokat. De az így kapott kapcsolatokkal óvatosan

kell bánni, a tanulók életkori sajátosságait is figyelembe kell venni és olyan nyelvezetet kell használni, mely a tanuló számára életközeli (Pólya, 2000).

A tanulók mennyire alkalmazzák a valós életből szerzett tudásukat az iskolában, a szöveges feladatok megoldásait összevetik-e az empirikus tudásukkal? A mérések rávilágítanak arra, hogy a diákok iskolai környezetben, matematikai szöveges feladatok megoldása közben tendenciaszerűen elhanyagolják a valóság-közeli megfontolásokat, és probléma-megoldásukból kizárják a valós világról szerzett ismereteiket, tapasztalataikat.

A hospitálások és tanítások során azt tapasztaltam, hogy ha a tanulók érdekesnek tartják a feladatokat, sokkal motiváltabbak arra, hogy megoldják a feladatot, sőt, ha nem jól oldották meg, akkor is kíváncsiak a megoldási tervre. Ha vizuálisan is szépen kidolgozottak, gyermekközpontúak a feladatok, annál nagyobb kedvvel végzik el a műveleteket.

Felvetődik a kérdés: hogyan kell megoldani a szöveges feladatokat? Többfajta modell létezik erre. *Pólya modellje* a problémafelvető gondolkodást fejleszti, a feladatok megoldásának fázisait négy nagy lépésre bontja (Pólya, 2000):

I. *Értsd meg a feladatot!*

II. *Keress összefüggést az adatok és az ismeretlen között! Ha nem találsz közvetlen összefüggést, nézz segédfeladatok után! Készítsd el a megoldás tervét!*

III. *Hajtsd végre tervedet!*

IV. *Vizsgáld meg a megoldást!*

Az első lépés, a megértés, annak a fontosságát hangsúlyozza, hogy legelőször figyelmesen el kell olvasni a feladatot, megszerezni az adatokat. A kérdés és a kikötés együtt határozzák meg a következő lépést, a tervkészítést. A második lépés, a tervkészítés során a tanulót előzetes tanulási ismeretei is segíteni fogják, ezt a szakaszt fejti ki Pólya leginkább. A tanulónak ennél a szakasznál összefüggéseket kell keresnie az adatok és az ismeretlen között. Ha könnyű a feladat a tanuló számára, azt jelenti, hogy már több ilyen típusú feladatot megoldott, így a továbbiakban gondolkodását nem fejlesztjük, hanem a tudása automatizálódik. Egy nehezebb feladatnál a tanuló számára nagyon fontos, az, hogy ne adja fel, bármilyen helyesen megoldott részfeladat vagy hasonlóan megoldott feladat segíteni fogja. Fontos, hogy megtanuljon gondolkodni, kérdéseket feltenni a feladattal kapcsolatban, fontos minél többfajta feladattípust ismertetni, minél realisztikusabban. Az ilyen típusú feladatok fejlesztik, kezdeményező készsége nő, így matematikai önbecsülése is magasabb lesz.

A harmadik lépés, a terv végrehajtásánál fontos a műveletek helyes elvégzése. A negyedik lépés egyike a legfontosabbaknak, a megoldás vizsgálata, vagyis az eredmény ellenőrzése. Ha a feladat helyesen lett megoldva, az ellenőrzés is jó, ha nincs helyesen megoldva, a tanuló látni fogja, hol a probléma, mit kell kijavítani vagy továbbgondolni.

## *A kutatás célja, módszerei*

Kutatásom alapját egy matematikai teszt alkalmazása képezte, amelyet 25 óvodai és elemi oktatás pedagógiája szakos hallgatóm oldott meg. A kiválasztott teszt olyan feladatokat tartalmaz, amelyeket helyes szövegértelmezés és megértés esetén oldhatók meg, így alkalmasak a használható tudás vizsgálatára. Különböző szöveges feladatok esetén azt szerettem volna lemérni, hogy a matematika szakmódszertani tantárgyunk elkezdésekor a hallgatók milyen szövegértelmezési és feladatmegoldó képességgel rendelkeznek. Azt is szerettem volna látni, hogy a feladatmegoldás során az aritmetikai vagy az algebrai megoldást választják.

A különböző ismereti területek, szintek (műveletvégzés, alapértelmezés, feladatmegoldás és problémamegoldás) közötti összefüggéseket szeretném vizsgálni, ezek közötti ok-okozati kapcsolatot feltételezve.

A teszt összesen 6 feladatot, azaz 6 itemet tartalmazott. A feladatok segítségével a matematika elemi fogalmait, ezek műveleti hátterét, az alapértelmezések ismeretét, szöveges feladatok értelmezését, ezek reprezentációval történő megoldását, majd a megoldás értelmezését, azaz a matematikának a mindennapi életben való használatát vizsgálhatjuk.

A feladatok az alapszinten elsajátított ismeretek segítségével megoldhatók, a megoldásukhoz szükséges a megértés, (szövegértés), az ismeretek mélyebb kapcsolata és ezeknek a tanuló teljes ismeretrendszerébe való biztos beépülése. A teszt elsősorban a megértésbeli problémák egyszerű, jelzésértékű mennyiségi megjelenítésére, általános jellemzésére alkalmas. Továbbá fontos szempont volt az ábrázolással megoldható szöveges feladatok esetén, hogy különböző reprezentációk segítségével oldják-e meg ezeket (ahogy majd tanítás során is elvárható tőlük) vagy csak az algebrai megoldásmódot tudják alkalmazni.

A feladatok kiválasztásakor fontos szempont volt, hogy ne sokféle matematikai tartalmú feladatra essen a választás, hanem inkább olyanokra, amelyek alapvető jelentőségűek más tantárgyak, területeken való alkalmazhatóságuk miatt is. A teszt során a következő ismereteiket kellett alkalmazniuk: a tört fogalma, valószínűségszámítás, kombinatorika, permutáció, mérések, kerületszámítás.

A feladatok hat csoportra (résztesztekre) oszthatók a tartalmuk miatt, résztesztenként eltérő megértésbeli problémákat okoznak, de minden feladat esetén szövegértelmezésre szükség van.

Aritmetikai módszerrel (szakaszokkal való ábrázolással) megoldható szöveges feladat (1.): Ezek azok a legalapvetőbb értelmezések, műveletek, amelyek nélkül más, legegyszerűbb számításokat sem lehet elvégezni. Néhány gyakori fogalomra, hogy mennyivel több, hányszor több, illetve a szöveges feladatok megértéséhez, a feladat megfelelő reprezentálásához szükség van ezeknek a kérdéseknek a megfelelő értelmezésére, az összefüggések helyes értelmezésére (valamennyivel több, kevesebb, valamennyiszer több, számtani alapműveletek: összeadás, kivonás, szorzás, osztás). Szöveges feladat (2.): Egy lábas- fejes szövegértelmezési feladat. Kombinatorika (3.): Összetettebb gondolkodást igénylő feladat, összes lehetséges eset összeszámolása. Műveletvégzés (4.): Ebben a feladatban helyes szövegértelmezés esetén a tört

fogalma fordul elő. Geometria feladat (5.): a téglalap kerületének fogalma, illetve a méreteinek megváltoztatása történik (lehet reprezentálni is). Logikai, valószínűségi számítási feladat (6.): egy esemény teljes biztonsággal való bekövetkezésének feltétele.

A tesztet egy óra alatt oldhatták meg a hallgatók, a megoldásaikat, az egyes itemeket dichotóm (jó/ nem jó) skálán értékeltem, a teljes egészében jó válasz, illetve a lényegében jó válasz 1 pontot ért, a rossz, illetve a lényegében rossz válasz 0 pontot ért.

### *A kutatáshoz felhasznált teszt*

1. Három ládában összesen 614 kg áru van. A második ládában kétszer több áru van, mint az elsőben és 4 kg-mal kevesebb, mint a harmadik ládában. Hány kg van egy- egy ládában?
2. A nagyszüleim udvarán szárnyasok és juhok vannak, összesen 30. Tudva azt, hogy összesen 70 lábuk van, állapítsátok meg, hány szárnyasa és juha van nagymamának?
3. Anna, Béla, Csilla és Dóra együtt megy moziba. Hányféleképpen helyezkedhetnek el egymás mellett lévő négy széken? Írd le a lehetséges elhelyezkedéseket!
4. Négy narancsot elosztunk 5 gyerek között. Mennyi jut egynek?
5. Egy téglalap alakú, 42 cm hosszú és 27 cm széles képet olyan kartonra ragasztottunk, amely mindenhol 5 cm-rel nagyobb a képnél. Számítsátok ki a kép területét és a kartonlap területét!
6. Logikai feladat: Egy gyermeknek 10 darab zoknija szárad az udvaron. A gyermek kimegy a sötétben, hogy leakasszon egy pár zoknit. Csak azt tudja, hogy öt különböző pár zokni van. Hány darabot kell levennie, hogy biztosan legyen köztük egy pár?

### *A kutatás eredményei*

A részteszteken és a teszten elért teljesítményeket az alábbi 1.táblázat tartalmazza. A feladatok a tanterveknek megfelelően voltak összeállítva.

1. táblázat. A teszten nyújtott átlagteljesítmény és szórás

Hallgatók	Hallgatók száma	Átlagteljesítmény	Szórás
Összesen	25	2.48 (41.33%)	1.81

A kiugró (extrém) értékek a következők: 4 hallgatónak (16%) egy pontot sem sikerült elérnie (0%), illetve egy hallgató (4%) a lehetséges 6 elérhető pontszámból 6-ot ért el, azaz 100%-os az eredménye. Három hallgató (12%) teljesítette 83,33%- ban a tesztet.

2. táblázat. A hallgatók részteszteken és a teszten nyújtott teljesítményei (pontokban és százalékban, összesítés)

Részteszt	Összesen szerezhető pontszám	A jó válaszok száma	A részteszt százalékban teljesítve
1. Szöveges feladat (I.)	25	7	28 %
2. Szöveges feladat (II.)	25	6	24 %
3. Kombinatorika	25	11	44 %
4. Műveletvégzés	25	16	64 %
5. Geometria feladat	25	12	48 %
6. Logikai feladat (valószínűség)	25	10	40 %
Teszt (összesen)	150	62	41.33%

A legelső részteszt (1.) az aritmetikai módszerrel (szakaszokkal való ábrázolással) is megoldható szöveges feladatot tartalmazta. A feladat megoldását a 3. táblázat tartalmazza:

3. Táblázat: A hallgatók által választott módszerek az 1. feladat esetén

Módszer	Aritmetikai	Algebrai	Találgatás, próbálgatás	Nem vagy rosszul oldotta meg
A hallgatók, akik ezt a módszert alkalmazták		5 hallgató (20 %)	2 hallgató (8%)	7 hallgató (28 %)

A hallgatók közül senki nem oldotta aritmetikai módszerrel a feladatot, (egy hallgató jól reprezentálta szakaszokkal a feladat adatait (helyes szövegértelmezés), de utána nem oldotta meg), 5 hallgató (20 %) algebrailag, egyenletek segítségével oldotta meg, 2 hallgató találgatással.

A második szöveges feladat (2.) egy lábas- fejes szövegértelmezési feladat volt, egy hallgató (4%) végzett számításokat, 5 hallgató (20%) pedig találgatással oldotta meg.

A kombinatorika feladat (3.) esetén, ahol az összes lehetséges esetet kellett összeszámolni és leírni, 11 hallgató (44%) jól összeszámolta ezeket.

Műveletvégzés (4.) esetén törtszám számítását kérte a feladat, 4 narancs szétosztása 5 gyerek között a törtek alapértelmezésére, annak mélyebb értésére világít rá. 16 hallgató (64%) sikeresen elosztotta, míg 9 hallgatónak (36%) nem sikerült elosztania!

A geometria feladat (5.) esetén két téglalap területét kellett kiszámítani, ezt megelőzően az egyik téglalap méreteit értelmezés alapján meghatározni. 12 hallgató (48%) meghatározta ezeket a kerületeket, míg 13 hallgató (52%) nem.

A logikai feladatok összetettebb gondolkodást igényelnek, itt meg kellett határozni egy esemény teljes biztonsággal való bekövetkezésének feltételét. Összességében elmondható, hogy a logikai feladatokkal nehezen boldogulnak a hallgatók, átlagosan 60%-uk nem tudott ezekkel mit kezdeni.

Az alábbi táblázat a résztesztek közötti korrelációkat tartalmazza. A Pearson-féle korrelációs együtthatók nagyon eltérő erősségűek. A legszorosabb összefüggést a logikai feladatok és a geometria feladat megoldása mutat ( $r=0.52$ ). Erős kapcsolat van még a műveletvégzés és a kombinatorikai

ismeretek között ( $r=0.49$ ), valamint a műveletvégzés és a logikai feladatok megoldása között ( $r=0.44$ ). A logikai feladat a kombinatorika megoldásával  $r=0.42$ , míg a szöveges feladatával  $r=0.40$  korrelációs együtthatót mutat.

## Korrelációs tábla

A 4. táblázat a matematikai résztesztek korrelációit tartalmazza.

4.Táblázat: A matematikai résztesztek korrelációi

Részteszt	1. Szöveges feladat (I.)	2. Szöveges feladat (II.)	3. Kombinatorika	4. Művelet- végzés	5. Geometria feladat	6. Logikai feladat
1.Szöveges feladat (I.)	1					
2.Szöveges feladat (II.)	0.27	1				
3. Kombina- torika	0.34	0.06	1			
4.Művelet- végzés	0.28	0.22	0.49	1		
5.Geometria feladat	0.11	0.20	0.11	0.05	1	
6.Logikai feladatok	0.40	0.30	0.42	0.44	0.52	1

## Összegzés

Általában elmondható, hogy a teszt egyszerű feladatokat tartalmazott, megoldható volt általános iskolai matematikai ismeretek segítségével, és az eredmények közepesnél gyengébbek.

A matematikai megértés résztesztjeinek belső összefüggéseit vizsgálva, jól látszik, hogy a különböző részteszteken különbözőféleképpen teljesítettek a hallgatók.

Összességében a hallgatók 41.33%-a oldotta meg helyesen a feladatokat. A legjobban a műveletvégzést (64%) és a geometriai feladatot (48%) sikerült megoldani. Ezt követi a kombinatorika (44%) és a logikai (valószínűségszámítás) (40%), míg a szöveges feladatok megoldása sikerült a legkevésbé (24%, illetve 28%-ban).

Az aritmetikai módszerrel megoldható szöveges feladatot senki nem oldotta ezzel a módszerrel, 20% algebrai megoldást választott, míg a hallgatók 8%-a találgatott. A második szöveges feladatnál egy hallgató (4%) végzett számításokat, 5 hallgató (20%) pedig találgatással oldotta meg.

A kombinatorika feladatnál 11 hallgató (44%) számolta össze jól az eseteket. A műveletvégzés esetén 16 hallgató (64%) sikeresen osztott, míg 9 hallgatónak (36%) nem sikerült elosztania!

A geometria feladatot 12 hallgató (48%) teljesítette, míg 13 hallgató (52%) nem. A logikai feladatot a hallgatók 40%-ának sikerült megoldania.

A Pearson-féle korrelációs együtthatók nagyon eltérő erősségűek. A legszorosabb összefüggést a logikai feladatok és a geometria feladat megoldása mutat ( $r=0.52$ ). Erős kapcsolat van még a műveletvégzés és a kombinatorikai ismeretek között ( $r=0.49$ ), valamint a műveletvégzés és a logikai feladatok megoldása között ( $r=0.44$ ). A logikai feladat a kombinatorika megoldásával  $r=0.42$ , míg a szöveges feladattal  $r=0.40$  korrelációs együtthatót mutat. A műveletvégzés helyes ismerete szükséges a feladatmegoldások során.

Helyes szövegértés és különböző, a kisgyermek fejlettségéhez és szükségleteihez alakított feladatmegoldási (aritmetikai) módokra tanítva a tanulókat sikeresebb feladatmegoldókká válhatnának, sokkal több sikerélménnyel és kevesebb kudarcélménnyel gazdagodva szereznék az első matematikai tapasztalataikat.

## *Irodalomjegyzék*

- Dreyfus, T., & Eisenberg, T. (1996). Different sides of mathematical thinking. In Stenberg, R. J. (Ed.), *The nature of mathematical thinking*. Mahwah: Lawrence Erlbaum.
- Török Tamás (2013). Szöveges feladatok és tanításuk. In Herendiné K. E. (szerk.), *A matematika tanítása az alsó osztályokban* (pp. 164-191). Budapest: Nemzedékek Tudása Tankönyvkiadó.
- Pólya György (2000). *A gondolkodás iskolája*. Budapest: Akkord.
- Olosz Feren, & Olosz Etelka. (2000). *Matematika és módszertan*. Kolozsvár: Erdélyi Tankönyvtanács.
- Wittmann, Erich Christian (1998). Standard Number Representations. *Journal für Didaktik der Mathematik*, 19 (2-3), 149-178.