

Tévképzetek a mechanika és elektromágnesesség határán

© **Kuczmann Imre**
Nádasi Ferenc Gimnázium, Budapest
kuczmann@caesar.elte.hu

A diákok a fizika tanulmányozása során először a mechanikával találkoznak, később kerül sor a molekuláris fizika, az elektromágnesesség, az optika, atomfizika és a relativitáselmélet tárgyalására. A mechanika küldetése nemcsak az, hogy a fizika egy speciális területén ismereteket nyújtson, hanem az is, hogy megalapozza a fizika más területein alkalmazható fogalmakat és törvényeket. Nem kivétel ez alól az elektromágnesesség sem, ahol a vizsgálat nem a megfogható és könnyen elképzelhető testek mozgására, hanem fizikai mezők tanulmányozására irányul.

A mezőkkel kapcsolatos fogalmak bevezetéséhez szükség van a mechanika fogalmaira is. A Coulomb-törvény megfogalmazásához vagy a mágneses indukció bevezetéséhez pl. szükség van az erő fogalmára. Az elektromágnesesség tárgykörében is beszélünk munkáról és energiáról, kimondható az energia-megmaradás törvénye, teljesülnek a Newton-törvények (a tehetetlenség törvénye, a dinamika alaptörvénye és a hatás-ellenhatás törvénye). A mezőkkel kapcsolatos jelenségek körében viszont gyakran csak a jelenség körültekintő vizsgálata teszi lehetővé a mechanikai törvényszerűségek feltárását. A nem eléggé körültekintő vizsgálat olyan téves következtetésre vezethet, hogy a mezőkkel kapcsolatban nem is teljesülnek a mechanika alapelvei. Ilyenkor már a fizika tanítását hátráltató tévképzetekről beszélhetünk.

A tévképzetek a fizikában valamilyen jelenség helytelen kiértékelése kapcsán jelentkeznek. A mechanika körében fellépő tévképzeteket sokszor a hétköznapi tapasztalatok is alátámasztani látszanak. Gondoljunk pl. arra, hogy mennyivel lassabban éri el a padlót az asztalról leeső papír, mint a pohár. Az ilyen tapasztalatok egy elvégzett „kísérlet” bizonyító erejével hatnak, a diákok arra a következtetésre juthatnak, hogy a nehezebb tárgyak nagyobb sebességgel esnek a földre. A levegő ellenállásának szerepét persze elfelejtik figyelembe venni. A hibás gondolatmenetet esetenként csak egy jól megtervezett kísérlet cáfolhatja.

Téves következtetésekre juthatunk az elektromágnesesség kérdéskörében is. A tévképzetek a fizika bármely tárgykörében előbukkanhatnak, gyakoriságukat tesztekkel számszerűen is vizsgálhatjuk. A szakirodalom széles körben tárgyalja a megjelenésük okát, csakúgy, mint az ellenük bevethető stratégiákat és eszközöket (Clement, 1982; Loverude, Heron & Kautz, 2010).

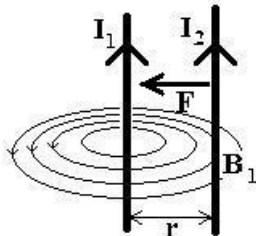
A hatás-ellenhatás törvénye a mágnesességben

Köztudott, hogy az egymással párhuzamos, árammal átjárt vezetők közt erőhatás lép fel – azonos irányú áramok esetén vonzás, ellentétes irányú áramok esetén pedig taszítás. A jelenséget a mágneses indukció fogalma segítségével magyarázhatjuk. Az árammal átjárt vezetők körül mágneses indukcióvonalakat képzelhetünk el, melyek koncentrikus körök formájában vesznek körül a vezetőt. Ha egy másik vezető is jelen

van, akkor a két vezető mágneses tere összeadódik. A vezetőkre ható mágneses erőket kiszámíthatjuk.

Az árammal átjárt vezetők közti erőhatás kiszámításakor úgy is gondolkodhatunk, hogy az egyik vezető a másik vezető mágneses terében van (1. ábra). Sztatikus esetben

1. ábra. Párhuzamos vezetők kölcsönhatása



mindegy, hogy ezt melyik vezető szemszögéből tesszük, a hatás-ellenhatás törvénye teljesülni fog. De képzeljük el, hogy az egyik vezetőt gyorsan egy kissé távolabbra visszük a másiktól. Ekkor az elmozdított vezető a másik vezető gyengébb mágneses terébe kerül, ahol már nem hat rá akkora erő. Mekkora erő hat rögtön az elmozdítás pillanata után a nyugalomban hagyott vezetőre? Ha azt gondoljuk, hogy az el nem mozdított vezető is rögtön gyengébb mágneses térbe kerül, akkor tévedünk. Közvetlenül az elmozdítás pillanata után a meg nem mozdított vezetőre még mindig az eredeti (nagyobb) erő hat. Nem kell talán érvényesülnie a hatás ellenhatás törvényének?

Beláthatjuk, hogy a két vezető viszonylatában a hatás-ellenhatás törvénye csak akkor teljesülhet minden pillanatban, ha a mágneses térben terjedő hatásokat pillanatszerűnek tételezzük fel, vagyis olyanoknak, amelyek terjedéséhez nem kell idő. Ez viszont ellentmond a fizika azon alapelvének, miszerint a kölcsönhatások terjedési sebessége véges. Ez a relativitáselmélet egyik alapvető állítása. Mi a kiút ebből a helyzetből?

A hatás-ellenhatás törvényét nem sztatikus helyzetekben másként kell értelmeznünk. Az árammal átjárt vezetők ugyanis nem hatnak kölcsön egymással közvetlenül, hanem mindkettő csak a környezetében jelen lévő elektromágneses térrel. Nincs közvetlen távolhatás, a hatás-ellenhatás törvénye a két vezető tekintetében valóban felborul egy pillanatra. Viszont ha a közbülső láncszemet, a hatást közvetítő elektromágneses teret is figyelembe vesszük, akkor a törvénnyel nincs semmi baj. A megmozdított vezető először kölcsönhat az elektromágneses térrel (impulzust cserél az elektromágneses térrel, kettejükre teljesül a hatás-ellenhatás törvénye), ezután a hatás terjed az elektromágneses térben, végül az elektromágneses tér kölcsönhat a másik vezetővel (újra impulzuscseré történik a hatás-ellenhatás törvényének érvényesülése mellett). Amikor a hatás átadása itt is megtörtént és helyreáll a sztatikus állapot, újra egyensúlyban lesz az erő és ellenerő a két vezető tekintetében is. Erre addig kell várnunk, míg az elektromágneses térben fénysebességgel terjedő hatás eljut az egyik vezetőtől a másikig.

A gondolkísérlet egyik fő tanulsága az, hogy a vezetőket körülvevő elektromágneses térnek, mely energia, impulzus és impulzusmomentum hordozására képes, önálló létet kell tulajdonítanunk. Látnunk kell, hogy a hatások terjedési sebességének a végessége megköveteli az elektromágneses hullámok létezésének lehetőségét. Az elektromos és mágneses mezők szorosan összefüggenek, egységes elektromágneses teret alkotnak.

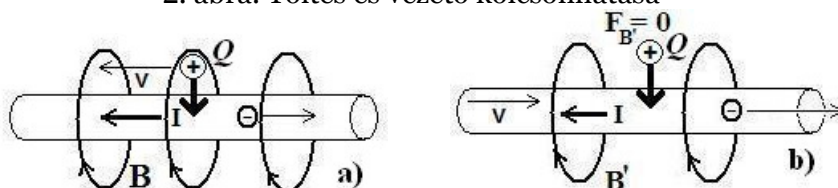
Az elektromos és mágneses hatások relativitása

Az elektromos és mágneses jelenségek összefüggésének kihangsúlyozására vizsgáljuk meg az árammal átjárt vezető és egy töltés kölcsönhatását. Igénybe kell vennünk a speciális relativitáselméletet azon eredményét is, hogy a mozgó tárgyak mozgásirányba eső mérete kisebbnek adódik, ha hosszukat olyan vonatkoztatási rendszerben mérjük, amelyhez képest mozognak (hosszúság-kontrakció).

Mozogjon egy pozitív Q töltés az I árammal átjárt vezetővel párhuzamosan v sebességgel. A töltésre ekkor a vezetőre merőleges erő hat. Az áram irányát a pozitív töltések áramlásának iránya szabja meg, a fémek belsejében a negatív töltésű elektronok ezzel ellentétes irányban mozognak.

A mozgó töltésre ható erő különféle vonatkoztatási rendszerekben különféleképpen értelmezhető. Ha az erőt abban a vonatkoztatási rendszerben vizsgáljuk, amelyikben a vezető nyugalomban van (2.a ábra), akkor figyelembe kell vennünk a Q töltésre ható mágneses teret. Ha viszont abban a vonatkoztatási rendszerben dolgozunk, amelyben a vizsgált töltés nyugalomban van, akkor nem hivatkozhatunk a mágneses mezőre. Adott vonatkoztatási rendszerben egy töltésre csak akkor hat mágneses erő, ha a töltés abban a vonatkoztatási rendszerben mozog (ilyen a mágneses erő definíciója). Az erőhatásnak viszont ebben az esetben is ugyanakkorának kell lennie. Hogyan magyarázhatjuk az erőhatást ebben az esetben?

2. ábra. Töltés és vezető kölcsönhatása



A második esetben az erő csak úgy lehet ugyanakkora, ha figyelembe vesszük, hogy a mozgó vezetőben a hosszúság-kontrakciónak megfelelően megváltozik a pozitív kristályrács és negatív vezetési elektronok töltéssűrűsége, hiszen a töltés vonatkoztatási rendszerében ők különböző sebességgel mozognak (2.b ábra). A töltés nyugalmi vonatkoztatási rendszerében az így megváltozó töltéssűrűség-különbség adja azt az elektromos teret, amely a pozitív Q töltésre ható korábbi mágneses erőt helyettesíti (Orear, 1971; Feynman, 1986).

Vonatkoztatási rendszer kérdése tehát az, hogy a töltésre ható erő kialakításában mekkora szerep jut az elektromos erőnek és mekkora a mágneses erőnek. Tévedünk, ha azt hisszük, hogy az elektromos vagy mágneses tér olyan anyagforma, mely ha az egyik vonatkoztatási rendszerben létezik, akkor egy másikban is biztosan létezik.

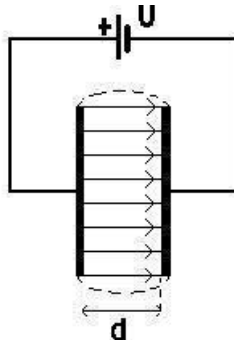
Kondenzátor elektromos tere

A kondenzátor elektromos töltések befogadására és tárolására alkalmas eszköz, mely a legegyszerűbben két sík vezetőfelület (lemezek) párhuzamos elhelyezésével valósítható meg (síkkondenzátor). A síkkondenzátor kapacitását a $C = \epsilon \cdot A/d$ összefüggés adja meg, ahol A a lemezek területe, ϵ a lemezek közti közeg (vákuum) permittivitása, d pedig a lemezek távolsága. A kapacitás a Q töltés és a lemezek közti U feszültség hányadosa ($C = Q/U$). A kondenzátor kapacitása nő, ha a lemezek közti távolságot csökkentjük. A töltött kondenzátor $W = 1/2 \cdot CU^2$ nagyságú elektromos

energiát hordoz. A kondenzátor akkor is töltve marad, ha az összeköttetését a feszültségforrással (elemmel) megszüntetjük.

Töltsük fel képzeletben a kondenzátort úgy, hogy a lemezeit az U feszültségű elem pólusaihoz kötjük (3. ábra). Tartsuk fenn az összeköttetést és gondoljuk végig, mi történik, ha lemezeinek távolságát megkétszerezzük.

3. ábra. Kondenzátor elemhez kötve



Mivel az ellentétesen töltött lemezek közt vonzóerő hat, a lemezek távolításakor munkát kell végeznünk. A kétszeres lemeztávolság viszont feleakkora kapacitást és feleakkora energiát eredményez. Hogyan lehetséges az, hogy munkát végzünk a kondenzátor lemezein, a kondenzátor energiája pedig közben kisebb lesz?

Ha a kondenzátor az elemhez van kötve, a lemezei közti feszültség nem változik, de a lemezek távolságának megkétszerezésekor a Q töltése felére csökken a $Q = C \cdot U$ összefüggésnek megfelelően. A végzett munkának a nagyságát kiszámíthatjuk a lemezek közt ható vonzóerő $F = \frac{1}{2} Q \cdot U/d$ képlete alapján, ahol az $E=U/d$ mennyiség a lemezek közti elektromos térerősség (gondoljunk arra, hogy az egyik lemez Q töltése a másik lemez által fenntartott $E/2$ erőterben van, mert a lemezek közti térerőt a két lemez együttesen alakítja ki). Az erő d -től való függését az

$$F = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q \cdot U}{d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{C \cdot U^2}{d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon \cdot A}{d} \cdot \frac{U^2}{d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\epsilon \cdot A \cdot U^2}{d^2}$$

képlet fejezi ki, a lemezek mozgatásakor végzett munkát pedig az erő d szerinti integrálja. Ha a lemezek távolságát megkétszerezzük, az integrálás a

$$W = \frac{1}{4} \cdot \frac{\epsilon \cdot A \cdot U^2}{d^2} = \frac{1}{4} \cdot C \cdot U^2$$

eredményre vezet. Ez fele akkora, mint a kondenzátor eredeti $\frac{1}{2} C \cdot U^2$ energiája.

A lemezek távolságának megkétszerezésekor (elemhez kapcsolt esetben) láthatóan fele akkora munkát végzünk, mint amekkora a kondenzátor energiája volt. Közben viszont a kondenzátor energiája is az eredeti felére esik vissza. Mindez a mechanikában megszokott tapasztalatainknak ellentmondani látszik és zavarba ejthet. Hová tűnik tehát a végzett munka kétszerese? Nem érvényes talán az energia-megmaradás törvénye?

Az okot csak abban kereshetjük, hogy a kondenzátor folyamatosan kapcsolatban volt a feszültségforrással. A kondenzátor lemezeinek távolításakor (kapacitásának csökkentésekor) energia áramlik vissza a feszültségforrásba. A jelenség így is érdekes, mert az elem kétszer nagyobb energiátöbbletet kap, mint amennyi munkát végzünk a

lemezek távolításakor. A különbséget a kondenzátor elektromos terének energiája fedezi, mely a lemezek távolításakor (elemhez kapcsolt esetben) a felére csökken.

A lemezek közti térben található elektromos energia nagyságát az $1/2 \cdot CU^2$ összefüggés átalakításával úgy is kifejezhetjük, hogy benne az E elektromos térerősség szerepeljen. Figyelembe véve az $U = E \cdot d$ összefüggést, írhatjuk, hogy

$$W = \frac{1}{2} C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon \cdot A}{d} \cdot (E \cdot d)^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot (A \cdot d) \cdot E^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot V \cdot E^2,$$

mert az $A \cdot d$ szorzat nem más, mint a lemezek által közrefogott V térfogat. Képleteinkből láthatjuk, hogy a lemezek távolságának megkétszerezésekor az E térerősség a felére csökken, a térfogat megkétszereződik, a lemezek közti elektromos tér energiája pedig megfeleződik.

Eltolási áram

A kondenzátor feltöltődésekor, vagyis a lemezek közti elektromos tér kialakulásakor a lemezek közt egy különleges elektromos áram jelentkezik. Vizsgáljuk meg ehhez a kondenzátor változó elektromos terét! A lemezek közti E térerősséget minden pillanatban az

$$E = \frac{U}{d} = \frac{Q}{C \cdot d} = \frac{Q}{\varepsilon \cdot A}$$

összefüggés adja meg, az erősödés ütemét pedig a

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\varepsilon \cdot A} \cdot \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\varepsilon \cdot A} \cdot I$$

derivált ($I = dQ/dt$ az áramerősség). A térerősség változása a lemezekre befolyó, illetve onnan kifolyó áram erősségével függ össze. De azt is mondhatjuk, hogy az

$$I = \varepsilon \cdot A \cdot \frac{dE}{dt}$$

áram az elektromos térerősség változási sebességével függ össze. Figyelemre méltó, hogy az áramkör kondenzátort tartalmazó ágában a mágneses tér örvényességére (cirkulációjára) vonatkozó törvény csak akkor értelmezhető mindenütt, ha a lemezek közt is elektromos áramot tételezünk fel (Holics, 1986). *J. C. Maxwell* ebből arra következtetett, hogy a változó elektromos teret tartalmazó térrészben elektromos árammal kell számolnunk. A kondenzátor lemezei közt folyó áram nem jelent a lemezek közt átrepülő, elektromosan töltött részecskéket, de ugyanolyan mágneses teret kelt, mint a megszokott elektromos áram. Jól kiegészíti tehát a vezetőben folyó elektromos áramot. Ezt a különleges áramot eltolási áramnak nevezzük, nagyságát pedig a fentebb felírt képlettel számíthatjuk ki.

Az elektromos töltésáramlás jellege fémekben

A fémek szerkezete olyan, hogy atommagjaik távolsága kisebb annál, mint ami a külső elektronhéj jellemző méreteiből következne. Ebben az elrendezésben a fémet alkotó atomok össz-energiája kisebb, mint az atomok szabad állapotában. Ilyen körülmények közt a külső elektronok (az ún. vezetési elektronok) nem az egyes atomokhoz, hanem az egész fémkristályhoz tartoznak, és a fém egész térfogatában elektrongázra emlékeztető módon vannak jelen. A fémekkel kapcsolatos elektromos jelenségeket azonban nem magyarázhatjuk meg maradéktalanul, ha az elektronokat apró képződményeknek tekintjük. A kontaktpotenciál, a szupravezetés és az ellenállás hőmérsékletfüggése lényegében csak az elektronok hullámjellege alapján érthető (Litz, 2005).

Az elektrongáz elektronjai a fémekben hőmozgást végeznek. Ha a fémre feszültségforrást kapcsolunk, akkor az elektronok hőmozgásához hozzáadódik egy olyan mozgás is, amely a feszültségforrás által fenntartott elektromos térnek köszönhető. Ez úgy valósul meg, hogy az elektronok az elektromos tér hatására gyorsulnak, valamikor sebességgel a kristályrács ionjainak ütköznek, majd egy további ütközésig újra gyorsulnak. Klasszikus részecskeképre gondolva az elektronok olyan átlagos „sodródásáról” beszélhetünk, amelyhez viszonylag kis sebesség tartozik (az elektronok óránként így csak legfeljebb 1-2 m utat tesznek meg (Litz, 2005)).

Az elektromos ellenállás a fémkristály hibáinak következménye. Rácshibák a fémekben az ionok hőmozgása következtében és a szennyezéseknek köszönhetően vannak jelen. A kristály hőmérsékletének emelkedésével a rácshibák kialakulásának valószínűsége megnő, és megnő a fém ellenállása is.

Az elektronok hullámjellege azt eredményezi, hogy fontos lesz a rácshibák méretének és az elektron hullámhosszának viszonya. Az elektronok annál kevésbé vesznek tudomást a rácshibákról, minél nagyobb hullámhosszal (minél kisebb energiával) rendelkeznek (egy hullám nem érzékeli a hullámhosszánál kisebb méretű akadályokat). Érthetővé válik, hogy a rácshibák méretének egy kritikus szintje alatt az elektronok a rácshibákat nem is érzékelik (lásd Orear, 1971:379 is). Ez néhány fokkal az abszolút nulla fok felett következhet be bizonyos anyagokban (alumíniumban, higanyban, több ötvözetben stb., de érdekes módon a legjobban vezető fémekben, mint a réz vagy arany, nem). Ekkor teljesen eltűnik az ellenállás, és szupravezetésről beszélünk. A hullámjelleg magyarázza azt is, hogy miért terjed az elektromos jel a vezetőben fénysebességgel. Ez feltűnő az elektronok kis „sodródási” sebességét tekintve.

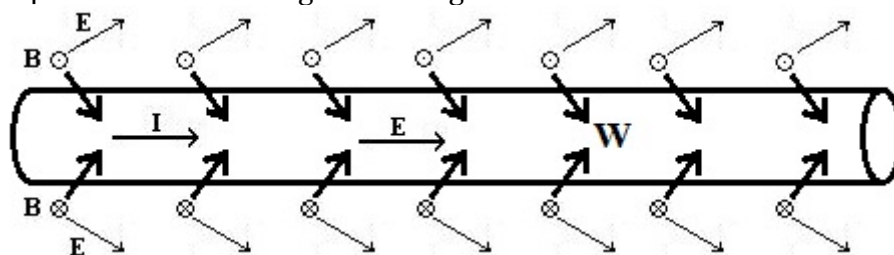
Az elektromos energia áramlása az áramkörben

Ismeretesek az ellenálláson átfolyó áramra vonatkozó $U = R \cdot I$ és $P = U \cdot I$ összefüggések, amelyek az áramnak és a feszültségnek az R ohmos ellenállással és a P teljesítménnyel való összefüggését mutatják. A feszültség a töltések helyzeti energiájával függ össze. Egy vezetőben árammentes esetben nem található elektromos mező, állandó erősségű egyenáram esetén viszont a töltések a vezető belsejében is jelen levő elektromos tér hatására gyorsulnak két ütközés közt. A belső elektromos tér iránya párhuzamos a vezetővel. Az ütközésekben szóródó energia melegíti a vezetőt, a vezetőben keletkező hő pedig elvezetődhet vagy kisugárzódhat a vezető környezetébe. Azt is gondolhatnánk, hogy az energia is a vezető belsejében áramlik a hővé való átalakulás helyére.

Ez viszont már nincs így. Az elektromágneses energia áramlásának iránya az E elektromos térre és a H mágneses térre is merőleges, az energiaáramlást megadó Poynting-vektor ugyanis az $E \times H$ vektoriális szorzattal arányos. Mivel az elektromos tér iránya a vezető belsejében a vezetővel párhuzamos, az energiaáramnak nem lehet a vezető belsejében a vezetővel párhuzamos összetevője.

A részletesebb elemzés meglepő következtetésre vezet: Mivel a vezetőt körülvevő térben az elektromos térnek nemcsak a vezetővel párhuzamos, hanem a vezető tengelyének irányába eső összetevője is van (Nagy, 1968), a Poynting-vektor szerint az energia a vezető körüli térből áramlik a vezetőbe (4. ábra). A vezetőben tehát csak az energia hővé való átalakulása zajlik.

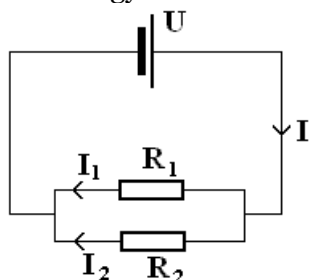
4. ábra. Az elektromágneses energia áramlása a vezető körül



A minimális hőfejlődés elve

Egy rövid számítással érzékeltetni szeretnénk azt az érdekes körülményt, hogy az elektromos áramok értéke az áramkörök egyes részeiben úgy állandósul, hogy az egész áramkörben felszabaduló hő összességében minimális legyen (Simonyi & Zombory, 2000). Tekintsünk egy egyszerű egyenáramú áramkört, mely U feszültségű feszültségforrásból és párhuzamosan kapcsolt ohmos ellenállásokból áll (5. ábra):

5. ábra. Egyszerű áramkör



Legyen a feszültség értéke $U = 40\text{V}$, az ellenállások nagysága pedig $R_1 = 20\Omega$ és $R_2 = 80\Omega$. Az egyes ellenállásokon keresztül ekkor $I_1 = 2\text{A}$ és $I_2 = 0,5\text{A}$ erősségű áram folyik. A teljesítmények nagysága $P_1 = 80\text{W}$ és $P_2 = 20\text{W}$. A másodpercenként felszabaduló hő ebben az esetben 100J .

A főágban folyó $I = I_1 + I_2 = 2,5\text{A}$ erősségű áramot most osszuk ketté kissé más arányban. Legyen $I'_1 = 1,95\text{A}$, $I'_2 = 0,55\text{A}$ úgy, hogy az összegük $2,5\text{A}$ maradjon. Ekkor a teljesítmények $P'_1 = R_1 \cdot I'^2_1 = 76,05\text{W}$ és $P'_2 = R_2 \cdot I'^2_2 = 24,2\text{W}$ értéket vesznek fel, ezek összege pedig már $100,25\text{W}$, tehát több, mint az eredeti 100W . Ha az áramok arányát a másik irányba változtatjuk pl. $I'_1 = 2,05\text{A}$ és $I'_2 = 0,45\text{A}$ értékűre, akkor a két teljesítmény összege $84,05\text{W} + 16,2\text{W} = 100,25\text{W}$ lesz. Ez mutatja, hogy az $I_1 = 2\text{A}$ és $I_2 = 0,5\text{A}$ erősségű, valóban megvalósuló áramok minimális teljesítménnyel, vagyis a minimális hőfejlődéssel járnak együtt.

Összefoglalás

A fentiekben olyan jelenségeket ismertettünk, amelyekben fontos szerepe volt a töltések és áramok környezetében jelen levő elektromos és mágneses tereknek. Az elektromágneses tér az anyag speciális megjelenési formája, rá jellegzetes törvényszerűségek érvényesek (pl. a hatások terjedési sebességének végessége). Az elektromos és mágneses térerősség függ a vonatkoztatási rendszer megválasztásától. Téves következtetésekre is vezethet, ha az elektromágneses tér realitásával és törvényszerűségeivel nem vagyunk tisztában. Ezek ismerete nélkül (és az elektronok hullámjellege nélkül) egyes jelenségeket meg sem magyarázhatunk.

Irodalomjegyzék

- CLEMENT, J. (1982). Students' preconceptions in introductory mechanics. *American Journal of Physics*, 50 (1), 66-71.
- LOVERUDE, M. E., HERON, P. R. L., KAUTZ, C. H. (2010). Identifying and addressing student difficulties with hydrostatic pressure. *American Journal of Physics*, 78 (1), 75-85.
- OREAR, J. (1971). *Modern fizika*. Budapest: Műszaki.
- FEYNMAN (1986). *Mai fizika 5*. Budapest: Műszaki.
- HOLICS László (1986). *Fizika 1*. Budapest: Műszaki.
- LITZ József (2005). *Fizika II*. Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó.
- NAGY Károly (1968). *Elektrodinamika*. Budapest: Tankönyvkiadó.
- SIMONYI Károly, & ZOMBORY László (2000). *Elméleti villamosságtan*. Budapest: Műszaki.